

**CUADERNILLO**  
**DE**  
**MATEMÁTICA**  
**DE**  
**1ER AÑO**  
**ESCUELA NORMAL SUPERIOR Y SUPERIOR DE**  
**COMERCIO N° 46**  
**“DOMINGO GUZMÁN SILVA”**  
**CICLO LECTIVO 2025**

Este cuadernillo pertenece a:.....

Curso:.....División:.....Turno:.....

Profesor/a:.....

Días que debo traerlo:.....

## **ACUERDO PEDAGÓGICO**

### **Pautas de trabajo:**

- Queda prohibido el uso del celular en el aula, excepto que la/el docente lo autorice para trabajar en clases.
- Los estudiantes deben asistir a clases con los elementos necesarios para su desarrollo: carpeta, lapicera, lápiz, regla, goma y cuando sea necesario elementos de geometría y calculadora en lo posible científica.
- Los alumnos cuentan con un cuadernillo de trabajo que deberán tener en cada clase de matemática en formato papel.

### **Para acreditar la materia:**

- Asistencia a clases
- Participación en clases
- Carpeta y cuadernillo completos
- Aprobar las evaluaciones orales, escritas, grupales y/o individuales.
- Se informará con la suficiente antelación las fechas que serán evaluados/as.
- Se tomará un trabajo integrador a fin de año.
- Es importante el respeto hacia cada integrante de la institución (compañeros, docentes, personal no docente, preceptores y directivos).

## **CONTENIDOS**

**REVISIÓN:** Operaciones con números naturales.

**UNIDAD 1:** Conjunto de números enteros.

**UNIDAD 2:** Lenguaje simbólico. Ecuaciones con números enteros.

**UNIDAD 3:** Ángulos:

# CONJUNTO DE NÚMEROS ENTEROS

## Los números enteros

### Teoría

El conjunto de los números **enteros** está formado por los números naturales, el cero y los naturales negativos.

$$Z = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Para asignar números enteros a ciertas situaciones de la vida cotidiana es necesario establecer un punto de referencia (el cero), a partir del cual se asignan números positivos y negativos.

Por ejemplo, las temperaturas positivas son aquellas superiores a 0°C y las negativas, las inferiores.

### 1 Completar con un número entero que corresponda.

- Un ascensor estaba en el cuarto piso y bajó 6 pisos; llegó al .
- Del piso - 4 subió 9 pisos; ahora está en el .
- La temperatura era de - 5°C y subió 8°C; ahora es de .
- La temperatura era de 6°C y bajó 13°C; ahora es de .
- Un buzo que estaba a - 15 m bajó 8 m más; ahora está a .
- El buzo está a - 21 m y subió 18 m; ahora está a .

### 2 En una evaluación la nota de aprobación es 6 (seis). A cada nota el profesor le asigna un número entero que indica cuántos puntos más, o menos, de la nota de aprobación tiene cada alumno.

Completar la libreta.

Nombre	Nota	Número entero
Agustín	8 (ocho)	
Macarena		+ 1
Nadia	2 (dos)	
Guillermo		- 3
Mailén	10 (diez)	
Francisco		+ 3
Alicia	4 (cuatro)	
Pablo		0
Natalia	5 (cinco)	
Fernanda		- 5

### 3 Mariela toma como punto de referencia la hora que sale de su casa hacia el trabajo y considera los minutos anteriores o posteriores como números enteros.

Completar la tabla.

Actividad	Hora	Número entero
Se levanta	7:00	
Se ducha		- 40
Desayuna	7:45	
Sale de su casa	8:00	
Toma el colectivo		+ 15
Llega a su trabajo	9:30	
Almuerza		+ 300

- 4 El salario promedio de los empleados de una fábrica es de \$ 2 500.

Expresar con un número entero la situación de cada empleado respecto del salario promedio.

a) Un operario cobra \$ 2 100; su situación es:

b) Un supervisor cobra \$ 3 000; su situación es:

c) Un empleado administrativo cobra \$ 2 300; su situación es:

d) El gerente cobra \$ 4 700; su situación es:

e) El personal de limpieza cobra \$ 1 900; su situación es:

Calcular y responder.

f) ¿Cuál es el salario de un ayudante si su situación es  $-\$ 800$ ?

g) ¿Cuál es el salario de un jefe de sección cuya situación es  $+\$ 1 200$ ?

h) ¿Cuánto cobra un empleado cuya situación es 0?

- 5 El saldo de una caja de ahorros en un banco se calcula según los depósitos y las extracciones.

Completar las siguientes tablas.

a)

Saldo anterior	$-\$ 200$
Depósito	$\$ 300$
Saldo actual	

d)

Saldo anterior	$-\$ 100$
Extracción	$-\$ 700$
Saldo actual	

g)

Saldo anterior	
Extracción	$-\$ 600$
Saldo actual	$-\$ 800$

b)

Saldo anterior	$\$ 600$
Extracción	$-\$ 500$
Saldo actual	

e)

Saldo anterior	
Extracción	$-\$ 300$
Saldo actual	$\$ 100$

h)

Saldo anterior	$\$ 400$
Saldo actual	$-\$ 100$

c)

Saldo anterior	$\$ 800$
Extracción	$-\$ 1 000$
Saldo actual	

f)

Saldo anterior	
Depósito	$\$ 500$
Saldo actual	$\$ 200$

i)

Saldo anterior	$-\$ 500$
Saldo actual	$\$ 300$

Responder

j) Si el saldo es de  $-\$ 1 500$ , ¿cuánto hay que depositar para que sea de  $\$ 800$ ?

k) Si se depositan  $\$ 900$  y el saldo es  $-\$ 300$ , ¿cuál era el saldo anterior?

l) Si se retiran  $\$ 1 200$ , ¿cuál es el saldo si había  $\$ 500$ ?

m) ¿Cuánto hay que depositar si había  $-\$ 700$  y hay que tener  $\$ 600$ ?

Para pensar y resolver

- 6 Un viajante toma como punto de referencia la ciudad a la que viaja y le asigna números negativos a los kilómetros que le faltan para llegar. Parte de Buenos Aires y luego de recorrer 184 km, se detiene a tomar un café y aún le faltan 95 km para llegar. ¿Qué número entero le corresponde a la ciudad de Buenos Aires en su viaje?

## La recta numérica

### Teoría

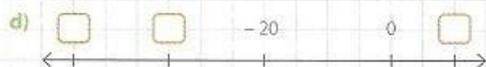
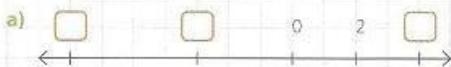
Para representar números enteros en la recta numérica, se toma el 0 como punto de referencia. A la derecha se ubican números positivos y a la izquierda los negativos. La distancia entre dos números enteros debe ser igual en toda la recta.



- 7 Representar los siguientes números en la recta numérica:  $-4, 5, -6, 3, -11, 9, -1, -15$  y  $12$



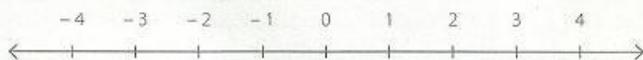
- 8 Colocar los números que correspondan en cada una de las siguientes rectas.



## El orden de los números enteros

### Teoría

Los números enteros se ordenan según su ubicación en la recta numérica. Todo número ubicado a la derecha es mayor que cualquiera ubicado a su izquierda.



$$-4 < -3 < -2 < -1 < 0 < 1 < 2 < 3 < 4$$

- 9 Colocar  $>$ ,  $<$  o  $=$  según corresponda.

a)  $1$    $-2$

c)  $-6$    $2$

e)  $-3$    $-4$

g)  $0$    $-2$

b)  $-5$    $0$

d)  $7$    $-8$

f)  $-7$    $-9$

h)  $-8$    $-7$

- 10 Colocar V o F según corresponda en cada caso.



a)  $a < d$

c)  $0 > c$

e)  $d > 0$

g)  $a > c$

b)  $0 > b$

d)  $d < c$

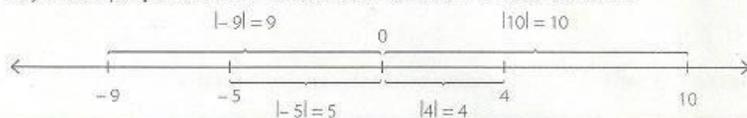
f)  $b < 0$

h)  $0 < a$

## Módulo o valor absoluto

### Teoría

El módulo o valor absoluto de un número es su distancia al cero en la recta numérica. El módulo de un número es una distancia y es siempre **positivo**. Al módulo de un número "n" se lo simboliza  $|n|$ .



11 Colocar V o F según corresponda en cada caso.

a)  $|3| = -3$

c)  $|-6| < |6|$

e)  $|-4| = |4|$

b)  $|-5| = 5$

d)  $|-8| < |7|$

f)  $|-9| > |5|$

12 Observar la recta y colocar  $>$ ,  $<$  o  $=$  según corresponda.



a)  $|r|$    $|m|$

c)  $|r|$    $|q|$

e)  $|p|$    $|q|$

b)  $|p|$    $|m|$

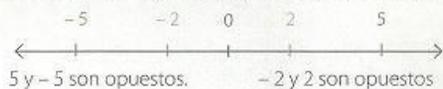
d)  $r$    $|m|$

f)  $|q|$    $m$

## Números opuestos

### Teoría

Dos números son opuestos cuando están a la misma distancia del 0, tienen el mismo módulo, pero distinto signo.



13 Completar el siguiente cuadro.

Número	Siguiente	Anterior	Opuesto
-5	-1	-9	6
	0	-32	

### Para pensar y resolver

14 Escribir todos los números que cumplen las siguientes condiciones.

a) Su módulo es cinco.

c) Es negativo y su módulo es menor que seis.

b) Es positivo y su módulo es menor que cuatro.

d) Su módulo es menor que siete y mayor que tres.

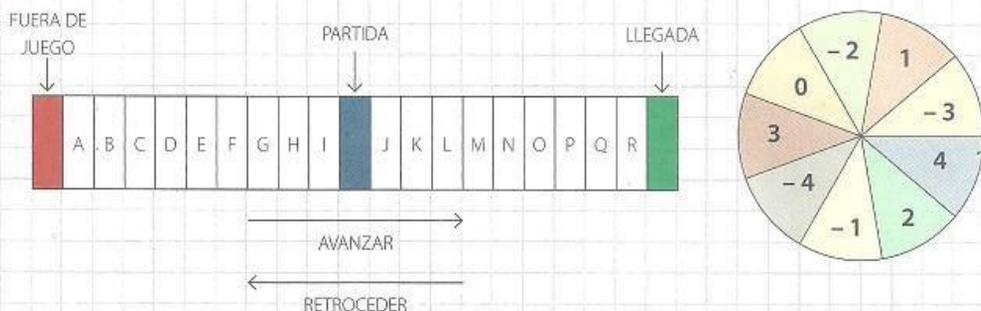
- 15 El peso de cada una de las 8 bolsas que hay en un depósito se registró en una tabla.

a) Calcular el peso promedio de las bolsas.

b) Asignar el número entero que corresponda a cada bolsa respecto del promedio.

Peso	158 kg	165 kg	147 kg	138 kg	162 kg	149 kg	173 kg	156 kg
Número entero								

- 16 En un juego de mesa se utilizan el tablero y la ruleta.



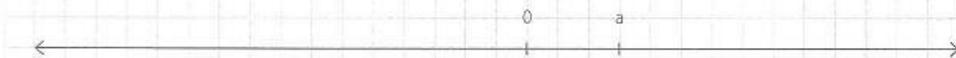
Se colocan las fichas de cada jugador en el casillero azul y por turno cada uno realiza un tiro de ruleta. Si sale un número positivo, avanza y si sale negativo, retrocede la cantidad de casilleros que indica el número. Gana el primero que llega al casillero verde o lo pasa, y pierde el que llega al casillero rojo o lo pasa.

**Responder.**

- ¿Qué número no avanza ni retrocede?
  - Si desde la partida se llega a la casilla F, ¿qué número salió?
  - ¿Qué número hay que sacar para pasar de la casilla J a la H?
  - Si un jugador está en la casilla B, ¿qué números lo hacen perder?
  - Si está en la casilla M, ¿con cuál llega a la J?
  - Y si está en la G, ¿con cuál llega a la partida?
  - Si está en la D y saca un  $-2$ , ¿a cuál llega?
  - Si está en la partida y saca  $-4$ , ¿a cuál llega?
  - Si en dos tiros pasó de la P a la K, ¿qué números pudo sacar?
  - Si en tres tiros perdió, ¿cuáles pudieron ser?
  - Si en dos tiros volvió a la misma casilla y ninguno fue 0, ¿cuáles pudieron ser?
  - Y si en tres tiros volvió a la misma y ninguno fue 0, ¿cuáles pudieron ser?
  - Si en dos tiros avanzó sólo dos casillas y uno fue  $-1$ , ¿cuál fue el otro?
  - Y si retrocedió dos casillas y uno fue 2, ¿cuál fue el otro?
  - ¿Cuáles pueden ser cuatro tiros distintos que avancen una casilla?
- p) ¿Y cuáles serían tres distintos en los que se retrocedan tres?

17 Ordenar de menor a mayor los siguientes números:  $-54, 28, -35, 17, -42, 34, -18$  y  $0$ .

18 Ubicar en la recta  $-a, 2a, -3a, 4a, -5a$  y  $-2a$ .



19 Marcar en la recta los siguientes puntos:



A: es el siguiente de  $-13$ .

E: es el opuesto de  $-13$ .

B: es el anterior a  $-3$ .

F: es el opuesto de  $9$ .

C: es positivo y su módulo es igual al de  $-7$ .

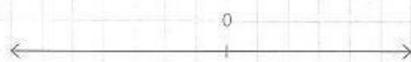
G: es negativo y su módulo es  $10$ .

D: es cuatro unidades mayor que  $-6$ .

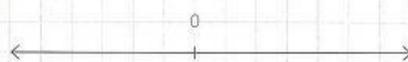
H: es el siguiente del opuesto de  $-11$ .

20 Marcar en cada recta los números que cumplen las siguientes condiciones.

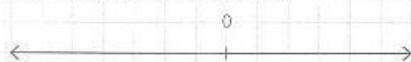
a) Su módulo es  $4$ .



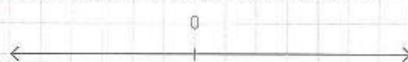
c) Su módulo es menor que  $5$ .



b) Está comprendido entre  $-3$  y  $4$ .



d) Su módulo es mayor que  $1$  y menor que  $4$ .



21 Colocar V o F según corresponda.

a) El opuesto de  $5$  es mayor que  $-6$ .

b) Todos los números menores que  $0$  son negativos.

c) El siguiente de  $-1$  es  $0$ .

d) Todos los números cuyo módulo es mayor que  $7$  son positivos.

e) Dos números opuestos tienen el mismo módulo.

f) El anterior de  $-23$  es  $-22$ .

g) El siguiente de  $-10$  tiene módulo  $9$ .

h) El anterior a  $-8$  tiene módulo  $7$ .

i) Todos los números mayores que  $-10$  son menores que  $0$ .

j) Dos números que tienen el mismo módulo son iguales.

## Adición y sustracción de números enteros

### Teoría

Para sumar y restar números enteros, se realizan los siguientes procedimientos:

$+8 + 3 = +11$  → Si ambos son positivos, se suman y la suma es positiva.

$+6 - 10 = -4$   
 $-7 + 9 = +2$  } Si tienen distinto signo, al de mayor módulo se le resta el de menor módulo y la suma lleva el signo del mayor de los números.

$-5 - 2 = -7$  → Si ambos son negativos se suman sus módulos y la suma es negativa.

**22** Resolver las siguientes adiciones y sustracciones.

a)  $+8 - 10 =$

d)  $-1 - 3 =$

g)  $-3 - 6 =$

j)  $-9 + 1 =$

b)  $-3 + 7 =$

e)  $-9 + 2 =$

h)  $+7 - 15 =$

k)  $+3 - 13 =$

c)  $+11 - 20 =$

f)  $0 - 5 =$

i)  $-6 + 11 =$

l)  $-7 - 7 =$

**23** Colocar el número natural que verifique las siguientes igualdades.

a)  $+ \square - 3 = -1$

e)  $+ \square - 10 = -8$

i)  $+ \square - 6 = +14$

b)  $-5 + \square = +2$

f)  $-8 + \square = +11$

j)  $-9 - \square = -16$

c)  $- \square + 6 = +4$

g)  $- \square + 7 = -3$

k)  $- \square + 15 = +8$

d)  $-3 - \square = -10$

h)  $-15 + \square = +20$

l)  $-14 + \square = -5$

**24** Colocar  $>$ ,  $<$  o  $=$  según corresponda.

a)  $-8 + 2 \square - 7$

d)  $0 \square - 9 + 8$

g)  $-3 - 7 \square 6 - 17$

b)  $-5 \square - 1 - 4$

e)  $-9 + 12 \square 3$

h)  $+10 - 20 \square -15 - 5$

c)  $+3 - 10 \square -5$

f)  $+1 - 7 \square -8 + 2$

i)  $-11 + 2 \square +13 - 21$

## Sumas algebraicas

### Teoría

Una suma algebraica es una sucesión de sumas y restas. Para resolverla, se suman todos los números positivos y se le resta la suma de todos los negativos.

$$-8 + 6 - 1 + 5 + 4 - 10 + 2 - 3 = 6 + 5 + 4 + 2 - (8 + 1 + 10 + 3) = 17 - 22 = -5$$

**25** Resolver las siguientes sumas algebraicas.

a)  $-9 + 5 - 8 + 10 - 3 =$

b)  $8 - 7 + 10 - 6 + 3 - 11 =$

c)  $-1 + 9 + 4 + 13 - 17 - 20 + 2 =$

d)  $15 - 23 + 11 - 34 + 19 - 34 - 27 =$



## Multiplicación y división de números enteros

### Teoría

Para multiplicar o dividir dos números enteros se aplica la regla de los signos.

Signo de un factor	Signo del otro factor	Signo del producto o cociente	Ejemplos
+	+	+	$(+7) \cdot (+2) = +14$ $(+12) : (+2) = +6$
+	-	-	$(+5) \cdot (-3) = -15$ $(+20) : (-10) = -2$
-	+	-	$(-4) \cdot (+6) = -24$ $(-42) : (+6) = -7$
-	-	+	$(-3) \cdot (-9) = +27$ $(-32) : (-4) = +8$

**31** Unir las operaciones con el mismo resultado.

a)  $(+2) \cdot (-4)$       e)  $(-12) : (+3)$        $(-2) \cdot (+2)$        $(+36) : (+9)$   
 b)  $(-8) \cdot (+5)$       f)  $(+15) : (-5)$        $(+24) : (-8)$        $(-20) \cdot (-2)$   
 c)  $(+10) \cdot (+4)$       g)  $(+20) : (+5)$        $(+8) \cdot (-1)$        $(-27) : (-9)$        $(+4) \cdot (-10)$   
 d)  $(-8) \cdot (-1)$       h)  $(-18) : (-6)$        $(-2) \cdot (+10)$        $(-40) : (-5)$

**32** Resolver las siguientes multiplicaciones y divisiones.

- a)  $(+5) \cdot (+6) =$       d)  $(-63) : (+9) =$       g)  $(-54) : (-6) =$   
 b)  $(-8) \cdot (+4) =$       e)  $(-6) \cdot (-7) =$       h)  $(+45) : (-9) =$   
 c)  $(+35) : (-7) =$       f)  $(+9) \cdot (-4) =$       i)  $(-8) \cdot (-7) =$

**33** Completar con el número entero que verifique las siguientes igualdades.

- a)  $(-5) \cdot (\square) = -20$       d)  $(\square) : (-7) = +3$       g)  $(-7) \cdot (\square) = +28$   
 b)  $(\square) \cdot (-8) = +48$       e)  $(+9) \cdot (\square) = +72$       h)  $(\square) : (-3) = -6$   
 c)  $(+56) : (\square) = -7$       f)  $(\square) : (+4) = -5$       i)  $(+100) : (\square) = -25$

**34** Resolver las siguientes multiplicaciones y divisiones.

- a)  $(+5) \cdot (-2) \cdot (+3) =$       e)  $(+60) : (-10) : (+2) =$   
 b)  $(-20) : (+4) \cdot (-2) =$       f)  $(-6) \cdot (+4) : (-3) \cdot (-2) =$   
 c)  $(+8) \cdot (-6) : (-12) =$       g)  $(+100) : (+5) : (-4) \cdot (-3) =$   
 d)  $(-2) \cdot (-4) \cdot (-3) =$       h)  $(-48) : (-4) \cdot (-3) : (-6) =$

35 Resolver aplicando la propiedad distributiva y verificar el resultado.

a)  $-3 \cdot (-4 + 7) =$

c)  $(-12 - 20) : (-4) =$

b)  $(6 - 10) \cdot (-2) =$

d)  $-7 \cdot (5 - 8) =$

36 Completar el siguiente cuadro.

a	b	c	$(a + b) \cdot c$	$(a - c) \cdot b$	$-a \cdot (b + c)$	$(a - b) : c$	$(c - b) \cdot (-a)$
-2	+8	-5					
	-9	-4	+24				
-6		+8		-140			
-9	+6				+9		
-12		-3				+2	
	+5	-2					105

37 Resolver los siguientes cálculos combinados.

a)  $8 - 24 : (-1 - 5) + (-20 : 4 + 7) \cdot (-7) =$

e)  $-6 \cdot (7 - 12) + 15 \cdot (1 - 20 : 4) - (-13) =$

b)  $-10 + (9 \cdot 3 - 6 \cdot 5) \cdot 6 + (-15 + 6) =$

f)  $12 \cdot (-3) : (-4) + (-5 + 7 \cdot 2) \cdot (-3) + 9 =$

c)  $(14 - 8 \cdot 3) : (9 - 11) + 100 : (-8 - 2) =$

g)  $-15 : (-7 + 12) \cdot (-12 + 8 \cdot 2) - (5 - 11) \cdot (-3) =$

d)  $(2 + 3 \cdot (-4)) \cdot 2 + 18 : (2 - 4 \cdot 2) =$

h)  $(9 \cdot 3 - 6 \cdot 6 + 8) \cdot 3 + (-15 \cdot 3 : (-5) - 16) \cdot 4 =$

Para pensar y resolver

38 Completar.

a)  $a + b = 0 \wedge a = 5 \Rightarrow b = \square$

c)  $a \cdot b = 12 \wedge a = -4 \Rightarrow b = \square$

b)  $a - b = 5 \wedge a = -3 \Rightarrow b = \square$

d)  $a : b = -1 \wedge a = 8 \Rightarrow b = \square$

## Potenciación de números enteros

### Teoría

La potenciación expresa una multiplicación de factores iguales y su resultado se denomina **potencia**.

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n = \underbrace{a}_a^{\text{Exponente}}$$

$$a^0 = 1$$

Cuando la base es un número negativo, el signo de la potencia dependerá del exponente.

$$(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = +9$$

$$(-3)^3 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -27$$

$$(-3)^4 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = +81$$

$$(-3)^5 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -243$$

Si el exponente es **par**, la potencia es **positiva**. Si el exponente es **impar**, la potencia es **negativa**.

Importante:  $(-2)^2 \neq -2^2$

$$\begin{cases} (-2)^2 = (-2) \cdot (-2) = +4 \\ -2^2 = -2 \cdot 2 = -4 \end{cases}$$

### 47 Calcular las siguientes potencias.

a)  $(-2)^3 =$

e)  $-3^5 =$

i)  $-8^0 =$

b)  $(-1)^4 =$

f)  $-1^6 =$

j)  $(-2)^6 =$

c)  $-5^2 =$

g)  $(-7)^0 =$

k)  $(-6)^3 =$

d)  $(-4)^2 =$

h)  $(-5)^3 =$

l)  $-7^5 =$

### 48 Colocar V (verdadero) o F (falso) según corresponda en cada caso.

a)  $(-3)^3 = -3^3$

d)  $-7^2 = -14$

g)  $(-9) \cdot (-9) = -9^2$

b)  $-6^0 = 1$

e)  $(-2)^5 = -32$

h)  $-4^3 = (-2)^6$

c)  $(-5)^2 = -25$

f)  $(-1)^{100} = 100$

i)  $(-1) \cdot (-1) = 1^2$

### 49 Completar el cuadro.

a	b	a <sup>2</sup>	b <sup>2</sup>	a <sup>3</sup>	b <sup>3</sup>	(a + b) <sup>2</sup>	(a - b) <sup>3</sup>
	-7			-8			
-3					125		
	-8					16	
-5				216	-64		-8

### 50 Calcular las siguientes potencias.

a)  $(-7 + 3)^3 =$

f)  $(6 - 8 \cdot 2)^2 =$

b)  $(5 - 12)^2 =$

g)  $(1 - 4 \cdot 3)^2 =$

c)  $(-1 - 9)^3 =$

h)  $(5 \cdot 3 - 2 \cdot 8)^0 =$

d)  $(2 \cdot 3 - 8)^7 =$

i)  $(36 : 4 - 15)^3 =$

e)  $(-9 + 2 \cdot 3)^4 =$

j)  $(-7 \cdot 3 + 13)^3 =$

## Propiedades de la potenciación

### Teoría

Propiedad	Simbólicamente
Producto de potencias de igual base	$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
Cociente de potencias de igual base	$a^n : a^m = a^{n-m}$
Potencia de otra potencia	$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
Distributiva respecto de la multiplicación	$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
Distributiva respecto de la división	$(a : b)^n = a^n : b^n$

### 51 Reducir a la mínima expresión utilizando propiedades.

a)  $a^3 \cdot a^2 \cdot a =$

b)  $(b^6 \cdot b^3) : b^7 =$

c)  $(m^4 \cdot m)^2 =$

d)  $(s^3 \cdot s \cdot s^3)^2 =$

e)  $(n^6)^2 : (n^2)^5 =$

f)  $(c^5 \cdot c)^3 : (c^2 \cdot c^2)^4 =$

g)  $(x^7 \cdot y^{10}) : (x^3 \cdot y^6) =$

h)  $(w^2 \cdot z^3)^4 : (w^6 \cdot z^7) =$

### 52 Aplicar las propiedades y luego resolver.

a)  $(-2)^7 \cdot (-2)^3 =$

b)  $(-3)^6 : (-3) =$

c)  $((-2)^3)^2 : (-2)^7 =$

d)  $(-4)^5 \cdot (-4)^6 : (-4)^8 =$

e)  $((-5)^6 \cdot (-5))^2 : (-5)^{11} =$

f)  $((-3)^6 \cdot (-2)^6) : ((-3)^7 \cdot (-2)^5) =$

### 53) Colocar la respuesta correcta

$$(-2)^5 : (-2) = \boxed{\phantom{00}}$$

$$(-2)^4 \cdot (-2) : (-2)^2 = \boxed{\phantom{00}}$$

$$[(-2)^3 \cdot (-2)^2]^4 : (-2)^{18} = \boxed{\phantom{00}} \quad [(-2)^2]^{10} : [(-2)^5]^3 = \boxed{\phantom{00}}$$

$$(-2)^2$$

$$(-2)^3$$

$$(-2)^4$$

$$(-2)^5$$

### 54) Resolver y luego indicar si las respuestas son correctas

$$a^2 \cdot a \cdot a^3 = a^5 \quad \boxed{\phantom{00}}$$

$$(d^2)^4 \cdot d^7 = d^{15} \quad \boxed{\phantom{00}}$$

$$(b \cdot b^5)^3 = b^{18} \quad \boxed{\phantom{00}}$$

$$(e^6)^5 : (e^3)^9 = e^3 \quad \boxed{\phantom{00}}$$

$$(c^8 : c)^2 = c^{18} \quad \boxed{\phantom{00}}$$

$$(g^5 \cdot g^4 : g^9)^6 = g^0 \quad \boxed{\phantom{00}}$$

## Radicación de números enteros

### Teoría

La radicación se define como:  $\sqrt[n]{a} = b$ , si se cumple que  $b^n = a$

↓ ↓  
Radical Base

$$\sqrt[3]{-27} = -3 \text{ porque } (-3)^3 = -27$$

$$\sqrt[3]{-32} = -2 \text{ porque } (-2)^3 = -8$$

Las raíces  $\sqrt{-4}$  y  $\sqrt[4]{-81}$  no tienen solución en el conjunto de los números enteros.

56 Calcular las siguientes raíces.

a)  $\sqrt{81} =$

d)  $\sqrt{196} =$

g)  $\sqrt[3]{256} =$

b)  $\sqrt[3]{-8} =$

e)  $\sqrt[3]{125} =$

h)  $\sqrt[3]{-343} =$

c)  $\sqrt[3]{-216} =$

f)  $\sqrt[3]{-243} =$

i)  $\sqrt{361} =$

57 Unir las operaciones que tengan el mismo resultado.

a)  $\sqrt{25} - \sqrt{121}$

d)  $\sqrt[3]{-729} - \sqrt{100}$

$\sqrt{64} + \sqrt[3]{512}$

$\sqrt[3]{-343} - \sqrt{144}$

b)  $\sqrt[3]{-27} + \sqrt{196}$

e)  $\sqrt{81} - \sqrt[3]{-243}$

$\sqrt{16} - \sqrt[3]{1000}$

$\sqrt[3]{-32} - \sqrt[3]{8}$

c)  $\sqrt{49} + \sqrt[3]{-1000}$

$\sqrt{49} - \sqrt[3]{-64}$

$\sqrt[3]{81} + \sqrt[3]{-216}$

58 Completar con el número que corresponda en cada caso.

a)  $\sqrt{-3 + \square} = 2$

c)  $\sqrt{2 \cdot \square - 1} = 3$

e)  $\sqrt{1 - 3 \cdot \square} = 4$

b)  $\sqrt[3]{1 - \square} = -2$

d)  $\sqrt[3]{-\square - 5^2} = -3$

f)  $\sqrt[5]{-7^2 - \square} = -2$

59 Resolver las siguientes raíces.

a)  $\sqrt{-3 \cdot (-8) + (-5)^2} =$

e)  $\sqrt{-2^2 - (-5)^3} =$

b)  $\sqrt{-3^2 + 10^2 - 10} =$

f)  $\sqrt[3]{-10 \cdot (2 - 10) - 9 \cdot (-5)} =$

c)  $\sqrt[3]{7 \cdot (-4) - 6^2} =$

g)  $\sqrt{(3 - 10)^2 - 2^3 \cdot (-15)} =$

d)  $\sqrt{(-6)^2 - (-4)^3} =$

h)  $\sqrt{-5^2 \cdot (-2)^3 - 2^2} =$

## Propiedades de la radicación

### Teoría

Es distributiva respecto de la multiplicación y de la división:  $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$  y  $\sqrt[n]{a : b} = \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b}$

Raíz de otra raíz:  $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$

Simplificar el índice: Si  $a > 0$   $\sqrt[n]{a^n} = a$

60 Resolver aplicando las propiedades de la radicación.

a)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} =$

d)  $\sqrt{20} \cdot \sqrt{5} =$

g)  $\sqrt[3]{5^3} =$

b)  $\sqrt{8} \cdot \sqrt{2} =$

e)  $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4} =$

h)  $\sqrt{6} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} =$

c)  $\sqrt{27} : \sqrt{3} =$

f)  $\sqrt{\sqrt{16}} =$

i)  $\sqrt{\sqrt{27}} \cdot \sqrt{3} =$

61) Resolver aplicando las propiedades.

a.  $\sqrt[3]{1000 : (-8)} =$

d.  $\sqrt{-64 : 8} =$

b.  $\sqrt{\sqrt{625}} =$

e.  $\sqrt{144 : 9} =$

c.  $\sqrt{100 \cdot 16} =$

f.  $\sqrt[3]{\sqrt{64}} =$

62) Resolver en la carpeta y luego indicar Verdadero o Falso

a.  $\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x} = \sqrt[6]{x}$

d.  $\sqrt{r} \cdot \sqrt{r} = \sqrt[4]{r}$

b.  $\sqrt{y} \cdot \sqrt{y} = y$

e.  $\sqrt[5]{b} : \sqrt[5]{b} = 0$

c.  $\sqrt{\sqrt{\sqrt{m}}} = \sqrt[6]{m}$

f.  $\sqrt{\sqrt[4]{n}} = \sqrt[8]{n}$

## OPERACIONES COMBINADAS

Las operaciones combinadas deben desarrollarse de acuerdo a un orden. De lo contrario cambiará el resultado.

En un cálculo combinado podemos encontrar operaciones que se encuentren dentro de un **paréntesis ( )** y otros cálculos combinados en el cual **no hay paréntesis ( )**.

Comenzamos a trabajar con operaciones combinadas **SIN PARENTESIS**, el orden de resolución es el siguiente:

ORDEN DE  
RESOLUCION



**PASO 1** → Se separa en **TÉRMINOS EN LOS SIGNOS + Y -**  
**PASO 2** → Se resuelven las **POTENCIAS Y RAÍCES** (aplicando las propiedades cuando sea posible)  
**PASO 3** → Se resuelven las **MULTIPLICACIONES Y DIVISIONES**  
**PASO 4** → Se resuelven las **ADICIONES Y SUSTRACCIONES**

### ACLARACIONES

- En caso de que no haya alguna de las operaciones, se continúa con los siguiente. Por ejemplo si en una operación combinada no hay potencias o raíces, se continúa resolviendo las multiplicaciones y divisiones.
- Si nos encontramos con multiplicaciones y/o divisiones seguidas, siempre se resuelve siguiendo el orden de **IZQUIERDA A DERECHA**.

Por ejemplo:  $6 \cdot 5 : 2 \cdot 3 =$

$$30 : 2 \cdot 3 =$$

$$15 \cdot 3 = 45$$

Ejemplo:

1º término	2º término	3º término			
$36 : 2$	$+$	$28 : 2^2$	$-$	$3 \cdot \sqrt[3]{16}$	$=$
$18$	$+$	$28 : 4$	$-$	$3 \cdot 2$	$=$
$18$	$+$	$7$	$-$	$6$	$=$
		<b>19</b>			

### Paso a paso:

- **Paso 1º:** separamos en términos, observamos que tenemos 3 términos.
- **Paso 2º:** en el 1º término calculamos la división, en el 2º término calculamos la potencia, y en el 3º término calculamos la raíz
- **Paso 3º:** en el 1º término no hay nada por calcular, en el 2º término calculamos la división y en el 3º término la multiplicación.
- **Paso 4º:** resolvemos sumas y restas, aplicando la propiedad de asociación o de izquierda a derecha.

Ir a Configuración de PC para

Veamos ahora operaciones combinadas **CON PARÉNTESIS**.

Cuando en un cálculo hay paréntesis, se resuelven en primer lugar las operaciones que ellos encierran, en el orden establecido antes.

Ejemplo

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccc}
 \text{1º término} & \text{2º término} & \text{3º término} \\
 \hline
 (18 + 3) : 7 + \sqrt{\sqrt{81}} \cdot 6 - (10^2 - 3^4) = \\
 \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 21 : 7 + \sqrt[3]{81} \cdot 6 - (100 - 81) = \\
 \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 3 + 3 \cdot 6 - 19 = \\
 3 + 18 - 19 =
 \end{array} \\
 \text{2}
 \end{array}$$

**Paso a paso:**

- **Paso 1º:** separamos en términos
- **Paso 2º:** en el 1º término calculamos la operación que se encuentra dentro del paréntesis, en el 2º término no hay paréntesis entonces trabajamos con la raíz aplicando la propiedad aprendida, y en el 3º término calculamos las potencias que hay dentro del paréntesis.
- **Paso 3º:** en el 1º término calculamos la división, en el 2º calculamos la raíz y en el 3º término resolvemos el paréntesis.
- **Paso 4º:** en el 1º término no hay nada por resolver, en el 2º término resolvemos la multiplicación y en el 3º término no hay nada por resolver.
- **Paso 5º:** resolvemos sumas y restas, aplicando la propiedad de asociación o de izquierda a derecha.

Si hay operaciones en el radicando o como base de una potenciación, se deben resolver antes de calcular la raíz o la potencia.

Ejemplo:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccc}
 \text{1º término} & \text{2º término} & \text{3º término} \\
 \hline
 \sqrt{5^2 + 39} - (15 : 3 - 3)^2 + 12 = \\
 \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 \sqrt{25 + 39} - (5 - 3)^2 + 12 = \\
 \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 \sqrt{64} - 2^2 + 12 = \\
 8 - 4 + 12 =
 \end{array} \\
 \text{16}
 \end{array}$$

**Paso a paso:**

- **Paso 1º:** separamos en términos
- **Paso 2º:** en el 1º término resolvemos el radicando calculando en primer lugar la potencia, en el 2º término resolvemos la base de la potenciación "separando en términos" calculamos la división, en el 3º término no hay ningún cálculo por resolver:
- **Paso 3º:** en el 1º término resolvemos la suma, en el 2º término resolvemos la resta del paréntesis
- **Paso 4º:** en el 1º término calculamos la raíz, en el 2º término calculamos la potencia.
- **Paso 5º:** restamos y sumamos

#### ACLARACIÓN

Si dentro de un paréntesis hay más de una operación se debe separar en términos y respetar el orden de resolución.

Activar Windows

63) Resolver las siguientes operaciones combinadas aplicando propiedades cuando sea posible.

a)  $3^{25} : 3^{24} + (6^2 - 4) : \sqrt{64} + \sqrt{225 \cdot 81} =$

b)  $2 \cdot \sqrt{81} - 4^2 =$

c)  $25 \cdot \sqrt{100} + 3 \cdot 4^2 =$

d)  $\sqrt{25} + 5^0 : 1^6 + \sqrt[3]{125 \cdot 9} - 3^3 =$

e)  $\sqrt[3]{1000} + 5 : (2^2 + 5^0) - 1^4 =$

f)  $2^5 - \sqrt{36} + \sqrt{2^2 + 72} : 6 =$

g)  $\sqrt[3]{1} + 3 \cdot 5 \cdot 1^4 - \sqrt[4]{16} + \sqrt{144} =$

h)  $\sqrt{100} \cdot 4 + 5^3 - 3 \cdot 17 =$

i)  $\sqrt{25 \cdot 9} \cdot 4 =$

### MÁS EJERCICIOS

71 Colocar V (verdadero) o F (falso) según corresponda en cada caso.

a)  $(3 + 5)^2 = 3^2 + 5^2$

d)  $\sqrt[3]{3} = \sqrt{3}$

g)  $-9^2 = (-9)^2$

b)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

e)  $7^3 : 7 = 7 \cdot 7$

h)  $\sqrt{4 + 9} = \sqrt{4} + \sqrt{9}$

c)  $5^3 \cdot 5 = 5^2 \cdot 5^2$

f)  $\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = \sqrt[4]{5}$

i)  $8^1 - 8^2 = 8$

72 Resolver los siguientes cálculos combinados.

a)  $(-3 \cdot 4 + 9)^3 + \sqrt{10^2 - 8^2} - 6^0 =$

e)  $\sqrt{28} \cdot \sqrt{7} + (-16 : 2 + 3) \cdot \sqrt[3]{64} - (-2)^3 =$

b)  $\sqrt{18 : (-6) + 7} =$

f)  $\sqrt[3]{-9 \cdot 13 - 9 \cdot 11} =$

b)  $\sqrt[3]{18 : (-3) - 2} + (-5^2 + 7^0) : 4 =$

f)  $(-4^2 : 2 - 1)^3 : 3^2 + \sqrt{162} : \sqrt{2} + (-5)^2 =$

d)  $\sqrt{(-12 - 8) \cdot (7 - 12)} =$

h)  $\sqrt{-24 \cdot (-3) + (-23)} =$

## UNIDAD 2

### El lenguaje simbólico

#### Teoría

La matemática tiene un lenguaje específico, denominado **simbólico**, formado por números, letras, operaciones, relaciones, conectivos, etc. El lenguaje que se utiliza cotidianamente se denomina lenguaje **coloquial**.

Cinco es menor que ocho:

$$5 < 8$$

La suma de dos números es diez:

$$n + m = 10$$

El producto de dos números es mayor que cero:

$$a \cdot b > 0$$

#### 1 Expresar en lenguaje simbólico.

- La suma de dos números es menor que cuatro:
- El producto de dos números es positivo:
- La diferencia de dos números es negativa:
- El cociente de dos números es nueve:
- La suma de un número y su consecutivo es siete:
- El cuadrado de un número es menor que cien:
- El cubo de un número es positivo:
- La diferencia entre dos números es menor que su producto:

#### 2 Expresar en lenguaje simbólico y resolver.

- La suma entre ocho y menos diez:
- La diferencia entre cinco y doce:
- El módulo de menos trece:
- El siguiente de menos dos:
- El producto entre menos cinco y ocho:
- El anterior de menos nueve:
- El cociente entre veinte y menos cuatro:
- La diferencia entre seis y menos tres:
- El cuadrado de menos ocho:
- El cubo de menos siete:
- El cuadrado de la diferencia entre uno y cuatro:
- El cubo de la suma entre cuatro y menos ocho:
- La suma de los cuadrados de tres y cuatro:
- La diferencia de los cubos de dos y tres:

#### 3 Unir las expresiones equivalentes.

a)  $x \cdot x$

d)  $2x - x$

$x^2$

$2x$

b)  $x + x$

e)  $x^2 + x^2$

$1$

$0$

c)  $x - x$

f)  $x^2 \cdot x^2$

$2x^2$

$x$

$x^2$

#### 4 Expresar en lenguaje simbólico.

- |   |   |
|---|---|
| a) El siguiente de un número:           | h) La tercera parte de un número:               |
| b) La suma de dos números consecutivos. | i) El cuadrado del consecutivo de un número:    |
| c) Un número par:                       | j) El consecutivo del cuadrado de un número:    |
| d) Un número impar:                     | k) El triple del consecutivo de un número:      |
| e) El anterior de un número:            | l) La cuarta parte del anterior de un número:   |
| f) Un múltiplo de 3:                    | m) El anterior de la cuarta parte de un número: |
| g) La mitad de un número:               | n) El siguiente del doble de un número:         |

#### 5 Colocar V (verdadero) o F (falso) según corresponda en cada caso.

- |                                |                          |   |                          |
|--------------------------------|--------------------------|---|--------------------------|
| a) $x + x + x = x^3$           | <input type="checkbox"/> | f) $7x : 7x = 1$                            | <input type="checkbox"/> |
| b) $5x - x = 4$                | <input type="checkbox"/> | g) $5x = x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$ | <input type="checkbox"/> |
| c) $2x + 2x = 4x$              | <input type="checkbox"/> | h) $3x : 3 = x$                             | <input type="checkbox"/> |
| d) $x : x = 0$                 | <input type="checkbox"/> | i) $2x \cdot 3x = 6x$                       | <input type="checkbox"/> |
| e) $x \cdot (x + 1) = x^2 + 1$ | <input type="checkbox"/> | j) $x^3 + x^3 = x^6$                        | <input type="checkbox"/> |

## Ecuaciones. Conjunto solución

### Teoría

Una ecuación es una igualdad donde hay por lo menos un valor desconocido (incógnita). El o los valores que verifican la igualdad forman el **conjunto solución** de la ecuación.

- a)  $3x + 5 = 17$  → El número que verifica es 4, entonces:  $S = \{4\}$  y se expresa como  $x = 4$   
 b)  $x + 1 = x$  → Ningún número verifica la ecuación:  $S = \emptyset$   
 c)  $x + x = 2x$  → Cualquier número entero verifica la ecuación:  $S = \mathbb{Z}$

#### 9 Unir cada ecuación con su conjunto solución.

- |                  |                |                  |          |
|------------------|----------------|------------------|----------|
| a) $x - x = 0$   | d) $x - x = 1$ | $S = \emptyset$  | $x = 1$  |
| b) $x + 1 = 4$   | e) $x + x = 8$ | $S = \mathbb{Z}$ | $x = 3$  |
| c) $3x = 2x + x$ | f) $x : x = 2$ | $x = 4$          | $x = -1$ |
|                  | g) $x + 1 = 0$ |                  |          |

10 Plantear la ecuación y resolver.

a) La suma de un número y su consecutivo es treinta y cinco. ¿Cuáles son los números?

c) La suma de un número y su anterior es cuarenta y siete. ¿Cuáles son los números?

b) El doble de un número es igual a la tercera parte de setenta y dos. ¿Cuál es el número?

d) La tercera parte de un número es igual al cuadrado de tres. ¿Cuál es el número?

11 Hallar el conjunto solución de las siguientes ecuaciones.

a)  $2x - 7 = 5x + 2$

d)  $5x - 2x + 1 = x - 11$

g)  $6x + 7 - 2x = -x - 8$

b)  $3 + 4x = 4x - 5$

e)  $x + 2x - 2 = 3x - 2$

h)  $-9 - 7x = 6 - 2x - 10$

c)  $-3x + 6 = x - 10$

f)  $x + 8 = 2x - 8 + 3x$

i)  $-4x + 3 - 7x = -9 - 8x$

PROPIEDAD DISTRIBUTIVA

A este procedimiento se le llama **propiedad distributiva**, porque el "2" se distribuye por una multiplicación con los factores dentro de paréntesis...

$$2(x + 4) = 14$$

$$2x + 8 = 14$$

$$2x = 14 - 8$$

$$2x = 6$$

$$x = \frac{6}{2}$$

$$x = 3$$

Se resuelve como una ecuación lineal sencilla, utilizando despejes y operaciones inversas...

b) El anterior del cuádruplo de un número es setenta y cinco. ¿Cuál es el número?

f) El quíntuplo de la edad que tenía Macarena hace cuatro años es sesenta y cinco. ¿Qué edad tiene Macarena?

**13** Hallar el conjunto solución de las siguientes ecuaciones.

a)  $5(x + 3) = 2x - 3$

d)  $2(2x - 1) = 7(x + 1)$

g)  $4(x + 7) - 6 = 9(x - 2)$

b)  $x - 10 = 5(x - 2)$

e)  $2(x + 5) - 3x = x + 18$

h)  $3(2x + 3) - 4(x - 5) = 1$

c)  $7(x - 2) = 3(x + 2)$

f)  $3x + 5(1 + 2x) = 5x - 11$

i)  $7 - 3(2 - x) = 10(x - 2)$

**14)** plantear y resolver.

a) El doble del anterior de un número es noventa y seis. ¿Cuál es el número?

e) Si el lado de un cuadrado se aumenta en 5 cm, su perímetro es 48 cm. ¿Cuál es la longitud del lado original?

c) El triple del siguiente de un número es cincuenta y uno. ¿Cuál es el número?

g) La suma del triple de un número y el triple de su consecutivo es ochenta y uno. ¿Cuál es el número?

**REVISIÓN:**

Hallar el conjunto solución de las siguientes ecuaciones.

a)  $-3x + 8 + 10x - 2 = 2x - 14$

e)  $13 - 5x - 8 = 2x + 7(1 - x)$

b)  $7x - 9 + 3x + 2 = 9x + 6 + x$

f)  $3(x + 4) - 2 + 5x = 6x - 14$

c)  $-4 + x + 8 - 6x = -2x + 19$

g)  $4 - 3(x + 5) + 1 = 2(x + 5)$

d)  $2x + 11 - 10x = 2 + x - 9$

h)  $10x - 2(3x - 4) = 7x - 22$

## Ecuaciones con potencias y raíces

### Teoría

Para resolver ecuaciones donde la incógnita está elevada a diferentes potencias o afectada por alguna raíz, se debe tener en cuenta las siguientes propiedades:

$$(\sqrt[n]{x})^n = x$$

$$\sqrt[n]{x^n} = \begin{cases} x & \rightarrow \text{si n es impar} \\ |x| & \rightarrow \text{si n es par} \end{cases}$$

$$|x| = a \Rightarrow x = \pm a$$

a)  $x^2 = 49$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{49}$$

$$|x| = 7$$

$$x = \pm 7$$

$$S = \{7; -7\}$$

b)  $\sqrt{x} = 12$

$$(\sqrt{x})^2 = 12^2$$

$$x = 144$$

$$S = \{144\}$$

c)  $x^3 = 125$

$$\sqrt[3]{x^3} = \sqrt[3]{125}$$

$$x = 5$$

$$S = \{5\}$$

d)  $(x+3)^2 = 25$

$$\sqrt{(x+3)^2} = \sqrt{25}$$

$$|x+3| = 5$$

$$x+3 = 5 \Rightarrow x_1 = 2$$

$$x+3 = -5 \Rightarrow x_2 = -8$$

$$S = \{2; -8\}$$

### 21 Unir cada ecuación con su conjunto solución.

a)  $x^2 = 81$

e)  $x^6 = 64$

$S = \{9; -9\}$

$S = \{2; -2\}$

b)  $\sqrt{x} = 3$

f)  $x^3 = 512$

$S = \{64\}$

$S = \{64; -64\}$

c)  $x^5 = -27$

g)  $x^2 = -32$

$S = \{8\}$

$S = \{9\}$

$S = \{-2\}$

d)  $\sqrt[3]{x} = -2$

h)  $\sqrt{x} = 8$

$S = \{-8\}$

$S = \{-3\}$

### 22 Hallar el conjunto solución de las siguientes ecuaciones.

a)  $x^2 + 5 = 174$

d)  $\sqrt[3]{x} : 2 = 4$

g)  $5x^5 = -160$

b)  $\sqrt{x} - 1 = 10$

e)  $x^3 : 4 = 54$

h)  $\sqrt[3]{x} + 7 = 6$

c)  $3x^3 = 375$

f)  $2\sqrt{x} = 24$

i)  $x^4 - 50 = -34$

**23 Plantear y resolver.**

- a) El siguiente del cuadrado de un número negativo es cincuenta. ¿Cuál es el número?
- b) El anterior del cubo de un número es menos nueve. ¿De qué número se trata?
- c) Si el cuadrado del anterior de un número positivo es cien, ¿cuál es el número?
- d) Si el cubo del siguiente de un número es menos ocho, ¿cuál es el número?
- e) El doble del cuadrado de un número negativo es cincuenta. ¿Cuál es el número?
- f) La cuarta parte de la raíz cuadrada de un número positivo es tres. ¿De qué número se trata?

**24 Hallar el conjunto solución de las siguientes ecuaciones.**

a)  $2x^2 - 5 = 67$

d)  $3(x+1)^2 = 147$

g)  $2(x+7)^2 = 242$

b)  $\sqrt[3]{5x+7} = 3$

e)  $(2x-1)^3 = -125$

h)  $\sqrt[3]{7x-1} + 4 = 0$

c)  $(x+2)^2 = 16$

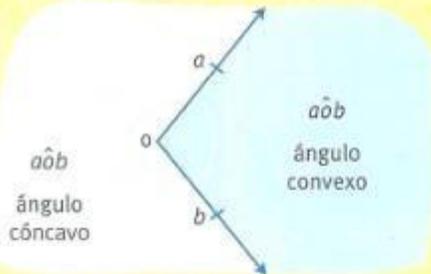
f)  $\sqrt{3x-6} = 6$

i)  $(3x)^2 : 8 + 2 = 20$

# UNIDAD 3: ÁNGULOS

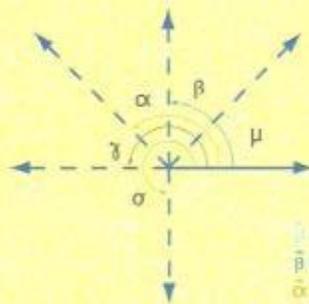
## Teóricamente

Un ángulo es la región del plano determinada por dos semirrectas cuyo origen es el mismo punto.



## Clasificación de ángulos

CLASE	AMPLITUD	CLASIFICACIÓN
Cóncavo	$180^\circ < \hat{\sigma} < 360^\circ$	Cóncavo
Convexo	$\hat{\zeta} = 180^\circ$	Llano
	$90^\circ < \hat{\alpha} < 180^\circ$	Obtuso
	$\hat{\beta} = 90^\circ$	Recto
	$0^\circ < \hat{\mu} < 90^\circ$	Agudo
	$\hat{\pi} = 0^\circ$	Nulo



$\hat{\mu}$  agudo  
 $\hat{\beta}$  recto  
 $\hat{\alpha}$  obtuso  
 $\hat{\zeta}$  llano  
 $\hat{\sigma}$  cóncavo
 } convexos

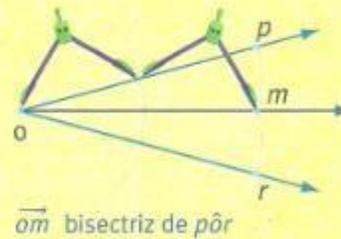
## Bisectriz de un ángulo

La semirrecta que divide el ángulo en otros dos ángulos iguales se llama **bisectriz**.

Para trazar la bisectriz de un ángulo, deben tomar el compás, pinchar en el vértice del ángulo y trazar un arco que corte ambos lados.

Desde las intersecciones del arco trazado y los lados del ángulo, sin cambiar la abertura del compás, tracen otros dos arcos.

Con la regla, dibujen una semirrecta con origen en el vértice del ángulo y que pase por el punto común de los dos arcos trazados anteriormente.



## Peaje matemático 28

• Clasifiquen cada uno de los siguientes ángulos.

1.  $\hat{\alpha} = 38^\circ$

3.  $\hat{\epsilon} = 180^\circ$

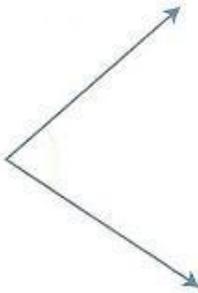
2.  $\hat{\beta} = 126^\circ$

4.  $\hat{\zeta} = 90^\circ$

## Actividad 1)

- Tracen la bisectriz de los siguientes ángulos.

1.



2.



3.



## Actividad 2)

- Marquen con una x V (verdadero) o F (falso), según corresponda en cada caso.

La bisectriz de un ángulo:

1. obtuso determina dos ángulos cóncavos. V  F
2. llano determina dos ángulos rectos. V  F
3. agudo determina dos ángulos obtusos. V  F
4. obtuso determina dos ángulos agudos. V  F
5. agudo determina dos ángulos agudos. V  F
6. cóncavo determina dos ángulos convexos. V  F



## SISTEMA SEXAGESIMAL: MEDICIÓN DE ÁNGULOS.

El sistema sexagesimal es un sistema de numeración de **base 60**. Se lo utiliza para medir ángulos y, en ciertos casos, el tiempo.

Recuerden las equivalencias siguientes:

TIEMPO		ÁNGULOS	
1 hora = 60 minutos	1 h = 60 min	1 grado = 60 minutos	1° = 60'
1 min = 60 segundos	1 min = 60 seg	1 minuto = 60 segundos	1' = 60"

### Suma de ángulos

$$\begin{array}{r}
 95^{\circ} \quad 35' \quad 54'' \\
 + 12^{\circ} \quad 58' \quad 36'' \\
 \hline
 107^{\circ} \quad 93' \quad 90'' \\
 + 1^{\circ} \quad 1' \quad 60'' \\
 \hline
 108^{\circ} \quad 94' \quad 30'' \\
 - 60' \\
 \hline
 108^{\circ} \quad 34' \quad 30''
 \end{array}$$

$$95^{\circ} 35' 54'' + 12^{\circ} 58' 36'' = 108^{\circ} 34' 30''$$

### Resta de ángulos

$$\begin{array}{r}
 94^{\circ} \quad 95' \quad 54'' \\
 - 95^{\circ} \quad 35' \quad 54'' \\
 \hline
 12^{\circ} \quad 58' \quad 36'' \\
 - 82^{\circ} \quad 37' \quad 18'' \\
 \hline
 82^{\circ} \quad 37' \quad 18''
 \end{array}$$

$$95^{\circ} 35' 54'' - 12^{\circ} 58' 36'' = 82^{\circ} 37' 18''$$



### Multiplicación de un ángulo por un número natural

$$\begin{array}{r}
 95^{\circ} \quad 35' \quad 54'' \\
 \times 2 \\
 \hline
 190^{\circ} \quad 70' \quad 108'' \\
 + 1^{\circ} \quad 1' \quad 60'' \\
 \hline
 191^{\circ} \quad 71' \quad 48'' \\
 - 60' \\
 \hline
 191^{\circ} \quad 11' \quad 48''
 \end{array}$$

$$95^{\circ} 35' 54'' \cdot 2 = 191^{\circ} 11' 48''$$

### División de un ángulo por un número natural

$$\begin{array}{r}
 95^{\circ} \quad 35' \quad 54'' \quad | \quad 2 \\
 1^{\circ} \rightarrow + \frac{60'}{95^{\circ}} \\
 \hline
 1' \rightarrow + \frac{60''}{114''} \\
 \hline
 47^{\circ} \quad 47' \quad 57'' \\
 0''
 \end{array}$$

$$95^{\circ} 35' 54'' : 2 = 47^{\circ} 47' 57''$$

### Peaje matemático 31

Sean  $\hat{\alpha} = 43^{\circ} 54' 25''$  y  $\hat{\beta} = 38^{\circ} 37' 48''$ :

• **Calculen.**

1.  $\hat{\alpha} + \hat{\beta} =$

2.  $\hat{\alpha} - \hat{\beta} =$



## ÁNGULOS COMPLEMENTARIOS Y SUPLEMENTARIOS

### Ángulos complementarios

Dos ángulos son complementarios si la suma de sus amplitudes es igual a  $90^\circ$ .

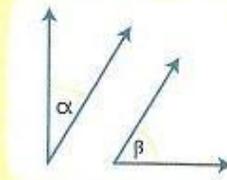


$$\hat{\gamma} + \hat{\varepsilon} = 90^\circ$$

$$\text{Si } \hat{\gamma} = 35^\circ \Rightarrow \hat{\varepsilon} = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$$

$\hat{\gamma}$  es el complemento de  $\hat{\varepsilon}$

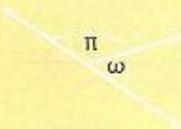
$\hat{\varepsilon}$  es el complemento de  $\hat{\gamma}$



$\hat{\alpha}$  y  $\hat{\beta}$  son complementarios porque  $\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 90^\circ$

### Ángulos suplementarios

Dos ángulos son suplementarios si la suma de sus amplitudes es igual a  $180^\circ$ .

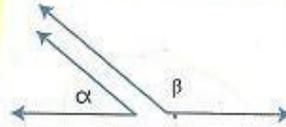


$$\hat{\pi} + \hat{\omega} = 180^\circ$$

$$\text{Si } \hat{\pi} = 112^\circ \Rightarrow \hat{\omega} = 180^\circ - 112^\circ = 68^\circ$$

$\hat{\pi}$  es el suplemento de  $\hat{\omega}$

$\hat{\omega}$  es el suplemento de  $\hat{\pi}$



$\hat{\alpha}$  y  $\hat{\beta}$  son suplementarios porque  $\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 180^\circ$

### Peaje matemático 29

Dados los ángulos:  $\hat{\alpha} = 37^\circ$ ,  $\hat{\beta} = 53^\circ$  y  $\hat{\gamma} = 127^\circ$ :

• **Completan las siguientes frases con el ángulo correspondiente.**

1.  $\hat{\alpha}$  es el complemento de .    2.  $\hat{\beta}$  es el suplemento de .    3.  $\hat{\gamma}$  es el suplemento de .

### Actividad 4)

• **Unan con una flecha cada par de ángulos con la propiedad correspondiente.**

1.  $\hat{\alpha} = 30^\circ$  y  $\hat{\beta} = 60^\circ$

2.  $\hat{\alpha} = 45^\circ$  y  $\hat{\beta} = 3\hat{\alpha}$

3.  $\hat{\alpha} = \hat{\beta} = 90^\circ$

4.  $\hat{\alpha} = 100^\circ$  y  $\hat{\beta} = \hat{\alpha} - 20^\circ$

5.  $\hat{\alpha} = \hat{\beta} = 45^\circ$

a.  $\hat{\alpha}$  y  $\hat{\beta}$  son complementarios.

b.  $\hat{\alpha}$  y  $\hat{\beta}$  son suplementarios.

### Actividad 5)

- **Completen cada una de las siguientes frases con la clasificación correspondiente.**

1. El complemento de un ángulo nulo es un ángulo

2. El complemento de un ángulo agudo es un ángulo

3. El complemento de un ángulo recto es un ángulo

4. El suplemento de un ángulo nulo es un ángulo

5. El suplemento de un ángulo agudo es un ángulo

6. El suplemento de un ángulo recto es un ángulo

7. El suplemento de un ángulo obtuso es un ángulo

8. El suplemento de un ángulo llano es un ángulo



### Actividad 6)

- **Calculen.**

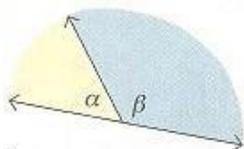
1. El complemento de un ángulo de  $63^{\circ} 27' 38''$ .

2. El suplemento de un ángulo de  $143^{\circ} 32' 40''$ .

# Ángulos adyacentes y opuestos por el vértice

## Teoría

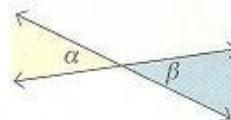
Dos ángulos son **adyacentes** cuando tienen un lado en común y los otros dos lados son semirrectas opuestas.



$\hat{\alpha}$  y  $\hat{\beta}$  son adyacentes.

Los ángulos adyacentes son **suplementarios**.

Dos ángulos son **opuestos por el vértice** cuando sus lados son semirrectas opuestas.

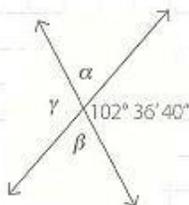


$\hat{\alpha}$  y  $\hat{\beta}$  son opuestos por el vértice.

Los ángulos opuestos por el vértice son **iguales**.

10 Calcular la amplitud de todos los ángulos de cada figura.

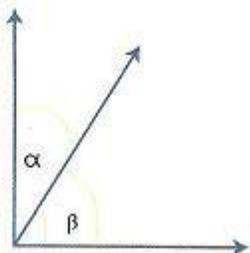
a)



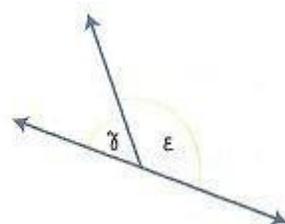
b)



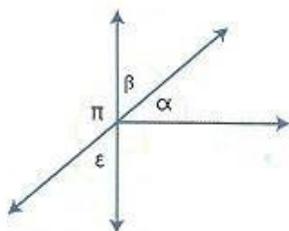
c)  $\hat{\alpha} = 32^\circ 27' 50''$   
 $\hat{\beta} =$



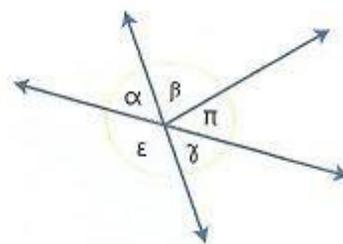
d)  $\hat{\delta} = 132^\circ 15' 42''$   
 $\hat{\epsilon} =$



e)  $\hat{\alpha} = 40^\circ 18' 20''$   
 $\hat{\beta} =$   
 $\hat{\pi} =$   
 $\hat{\epsilon} =$

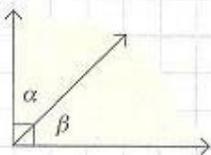


f)  $\hat{\gamma} = 78^\circ 36' 44''$   
 $\hat{\beta} = 62^\circ 19' 54''$   
 $\hat{\pi} =$   
 $\hat{\epsilon} =$   
 $\hat{\alpha} =$

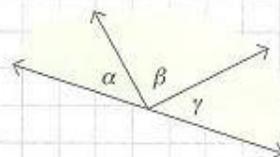


11) Plantear la ecuación y hallar la amplitud de los ángulos marcados en cada figura.

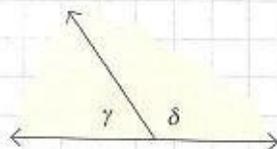
$$\text{a) } \begin{cases} \hat{\alpha} = 5x + 2^\circ \\ \hat{\beta} = 9x - 10^\circ \end{cases}$$



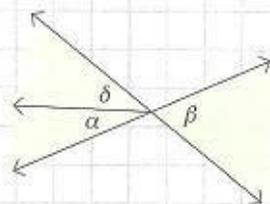
$$\text{d) } \begin{cases} \hat{\alpha} = 3x - 7^\circ \\ \hat{\beta} = 7x + 2^\circ \\ \hat{\gamma} = 4x + 3^\circ \end{cases}$$



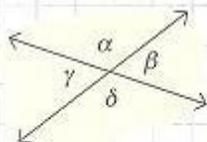
$$\text{b) } \begin{cases} \hat{\gamma} = 4x + 6^\circ \\ \hat{\delta} = 7x - 13^\circ \end{cases}$$



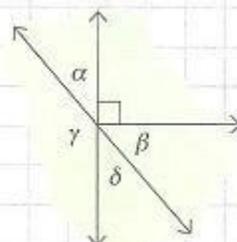
$$\text{e) } \begin{cases} \hat{\alpha} = 2x + 9^\circ \\ \hat{\beta} = 9x - 2^\circ \\ \hat{\delta} = 4x + 7^\circ \end{cases}$$



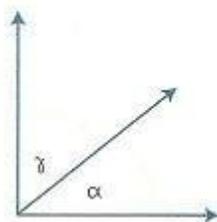
$$\text{c) } \begin{cases} \hat{\alpha} = 8x - 25^\circ \\ \hat{\delta} = 3x + 70^\circ \end{cases}$$



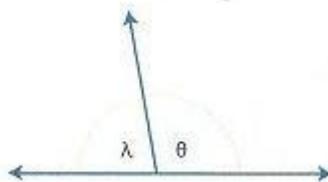
$$\text{f) } \begin{cases} \hat{\alpha} = 7x - 10^\circ \\ \hat{\beta} = 6x + 9^\circ \end{cases}$$



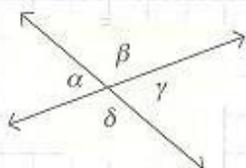
$$\text{g) } \begin{cases} \hat{\gamma} = 3x - 10^\circ \\ \hat{\alpha} = x + 20^\circ \end{cases}$$



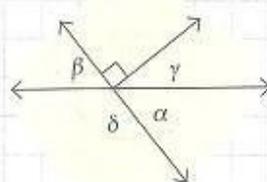
$$\text{h) } \begin{cases} \hat{\lambda} = 9x - 20^\circ \\ \hat{\theta} = 6x + 5^\circ \end{cases}$$



$$\text{i) } \begin{cases} \hat{\beta} = 6x + 3^\circ \\ \hat{\delta} = 8x - 37^\circ \end{cases}$$



$$\text{j) } \begin{cases} \hat{\beta} = 3x + 13^\circ \\ \hat{\alpha} = 7x - 19^\circ \end{cases}$$



# Ángulos determinados por dos rectas cortadas por una transversal

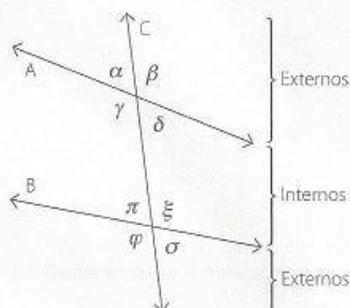
## Teoría

Dos rectas **coplanares** cortadas por una transversal determinan ocho ángulos.

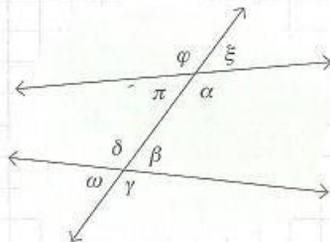
Alternos  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Internos: } \hat{\delta} \text{ y } \hat{\pi} - \hat{\gamma} \text{ y } \hat{\xi} \\ \text{Externos: } \hat{\alpha} \text{ y } \hat{\sigma} - \hat{\beta} \text{ y } \hat{\phi} \end{array} \right.$

Correspondientes:  $\hat{\beta} \text{ y } \hat{\xi} - \hat{\delta} \text{ y } \hat{\sigma} - \hat{\alpha} \text{ y } \hat{\pi} - \hat{\gamma} \text{ y } \hat{\phi}$

Conjugados  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Internos: } \hat{\delta} \text{ y } \hat{\xi} - \hat{\gamma} \text{ y } \hat{\pi} \\ \text{Externos: } \hat{\beta} \text{ y } \hat{\sigma} - \hat{\alpha} \text{ y } \hat{\phi} \end{array} \right.$



19 Observar la figura y unir cada par de ángulos con su denominación.



a)  $\hat{\phi} \text{ y } \hat{\gamma}$

e)  $\hat{\omega} \text{ y } \hat{\phi}$

i)  $\hat{\pi} \text{ y } \hat{\omega}$

Correspondientes

b)  $\hat{\alpha} \text{ y } \hat{\beta}$

f)  $\hat{\beta} \text{ y } \hat{\xi}$

j)  $\hat{\alpha} \text{ y } \hat{\delta}$

Conjugados internos

c)  $\hat{\xi} \text{ y } \hat{\gamma}$

g)  $\hat{\delta} \text{ y } \hat{\pi}$

k)  $\hat{\xi} \text{ y } \hat{\omega}$

Conjugados externos

d)  $\hat{\pi} \text{ y } \hat{\beta}$

h)  $\hat{\alpha} \text{ y } \hat{\gamma}$

l)  $\hat{\phi} \text{ y } \hat{\delta}$

Alternos internos

Alternos externos

# Ángulos entre paralelas

## Teoría

Si las rectas A y B son paralelas, se verifica que:  
 Los ángulos **correspondientes** son **iguales**.

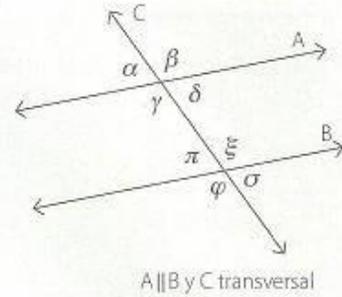
$$\hat{\beta} = \hat{\xi}, \hat{\delta} = \hat{\sigma}, \hat{\alpha} = \hat{\pi} \text{ y } \hat{\gamma} = \hat{\phi}$$

• Los ángulos **alternos** son **iguales**.

$$\hat{\beta} = \hat{\phi}, \hat{\alpha} = \hat{\sigma}, \hat{\delta} = \hat{\pi} \text{ y } \hat{\gamma} = \hat{\xi}$$

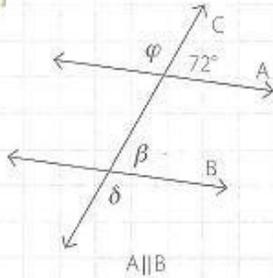
• Los ángulos **conjugados** son **suplementarios**.

$$\hat{\beta} + \hat{\sigma} = 180^\circ, \hat{\alpha} + \hat{\phi} = 180^\circ, \hat{\delta} + \hat{\xi} = 180^\circ \text{ y } \hat{\gamma} + \hat{\pi} = 180^\circ$$

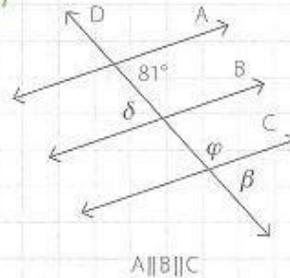


20 Hallar la amplitud de  $\hat{\beta}$ ,  $\hat{\delta}$  y  $\hat{\phi}$  justificando la respuesta.

a)

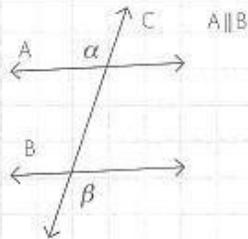


b)

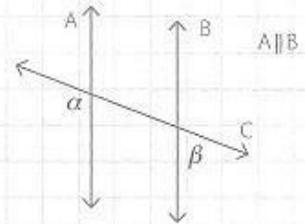


21 Plantear la ecuación y hallar  $\hat{\alpha}$  y  $\hat{\beta}$ .

a) 
$$\begin{cases} \hat{\alpha} = 4x + 21^\circ \\ \hat{\beta} = 7x - 48^\circ \end{cases}$$



b) 
$$\begin{cases} \hat{\alpha} = 5x - 8^\circ \\ \hat{\beta} = 4x - 1^\circ \end{cases}$$



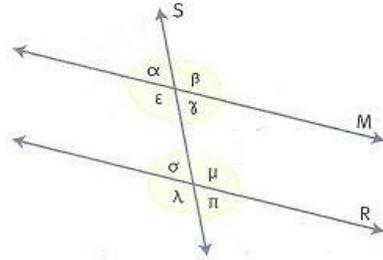
Actividad 22)

• Calculen el valor de cada uno de los siguientes ángulos, justificando la respuesta.

M // R y S transversal

$$\hat{\alpha} = 70^\circ$$

1.  $\hat{\beta} =$  \_\_\_\_\_
2.  $\hat{\gamma} =$  \_\_\_\_\_
3.  $\hat{\varepsilon} =$  \_\_\_\_\_
4.  $\hat{\sigma} =$  \_\_\_\_\_
5.  $\hat{\mu} =$  \_\_\_\_\_
6.  $\hat{\lambda} =$  \_\_\_\_\_
7.  $\hat{\pi} =$  \_\_\_\_\_

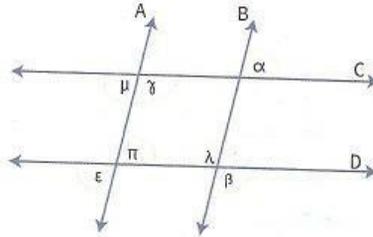


• Calculen el valor de cada uno de los siguientes ángulos, justificando la respuesta.

A // B y C // D

$$\hat{\alpha} = 65^\circ 38'$$

1.  $\hat{\beta} =$  \_\_\_\_\_
2.  $\hat{\lambda} =$  \_\_\_\_\_
3.  $\hat{\mu} =$  \_\_\_\_\_
4.  $\hat{\varepsilon} =$  \_\_\_\_\_
5.  $\hat{\mu} =$  \_\_\_\_\_
6.  $\hat{\gamma} =$  \_\_\_\_\_

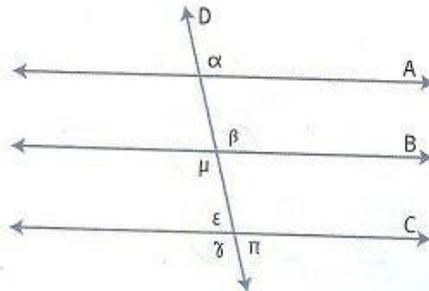


• Calculen el valor de cada uno de los siguientes ángulos, justificando la respuesta.

A // B // C y D transversal

$$\hat{\alpha} = 107^\circ 36' 44''$$

1.  $\hat{\beta} =$  \_\_\_\_\_
2.  $\hat{\mu} =$  \_\_\_\_\_
3.  $\hat{\varepsilon} =$  \_\_\_\_\_
4.  $\hat{\gamma} =$  \_\_\_\_\_
5.  $\hat{\mu} =$  \_\_\_\_\_



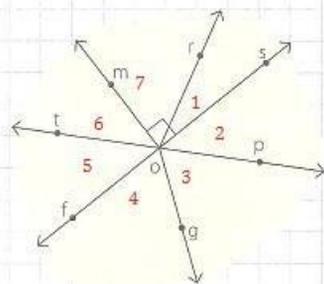
## REVISIÓN

1) Colocar V (verdadero) o F (falso) según corresponda en cada caso.

- a) Un ángulo llano es igual al doble de un recto.
- b) La suma de dos ángulos obtusos es un ángulo convexo.
- c) El complemento de un ángulo nulo es un ángulo recto.
- d) La mitad de un ángulo obtuso es un ángulo agudo.
- e) La diferencia entre un ángulo llano y uno agudo es un ángulo obtuso.
- f) El doble de un ángulo agudo es mayor que un ángulo recto.
- g) El suplemento de un ángulo obtuso es un ángulo agudo.
- h) La mitad de un ángulo cóncavo es un ángulo obtuso.

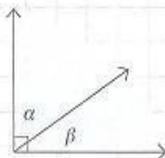
2) Observar la figura y nombrar un ángulo que cumpla con la condición pedida.

- a) El complemento de **2** es .
- b) El suplemento de **3** y **4** es .
- c) El opuesto por el vértice a **5** es .
- d) El adyacente a **2** y **3** es .
- e) El complemento de **1** es .
- f) El suplemento de **6** y **7** es .

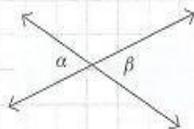


3) Plantear la ecuación y hallar el valor de  $\hat{\alpha}$  y  $\hat{\beta}$ .

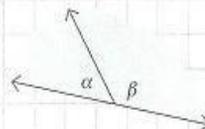
a) 
$$\begin{cases} \hat{\alpha} = 7x + 4^\circ \\ \hat{\beta} = 6x - 5^\circ \end{cases}$$



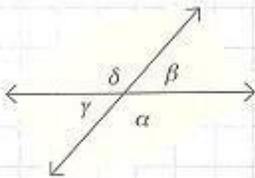
b) 
$$\begin{cases} \hat{\alpha} = 2x + 6^\circ \\ \hat{\beta} = 7x - 74^\circ \end{cases}$$



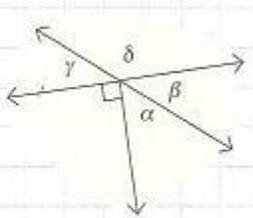
c) 
$$\begin{cases} \hat{\alpha} = 3x - 12^\circ \\ \hat{\beta} = 6x - 15^\circ \end{cases}$$



d) 
$$\begin{cases} \hat{\alpha} = 10x + 2^\circ \\ \hat{\gamma} = 4x - 4^\circ \end{cases}$$

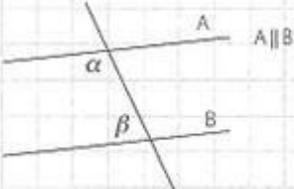


e) 
$$\begin{cases} \hat{\gamma} = 4x - 1^\circ \\ \hat{\delta} = 20x + 13^\circ \end{cases}$$

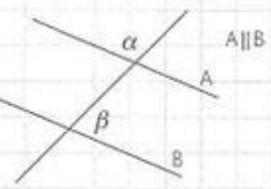


4) Plantear la ecuación y hallar el valor de  $\hat{\alpha}$  y  $\hat{\beta}$ .

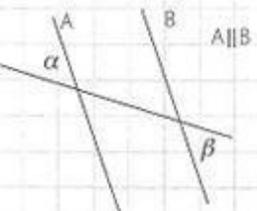
a) 
$$\begin{cases} \hat{\alpha} = 4x + 8^\circ \\ \hat{\beta} = 3x - 3^\circ \end{cases}$$



c) 
$$\begin{cases} \hat{\alpha} = 8x - 8^\circ \\ \hat{\beta} = 3x + 1^\circ \end{cases}$$



b) 
$$\begin{cases} \hat{\alpha} = 2x + 5^\circ \\ \hat{\beta} = 6x - 43^\circ \end{cases}$$



d) 
$$\begin{cases} \hat{\alpha} = 3x - 3^\circ \\ \hat{\beta} = 7x - 91^\circ \end{cases}$$

