

Física 3ro



¿Qué es la física?

La física, del griego *fisis* («naturaleza»), es la ciencia natural que estudia, mediante leyes fundamentales, la energía, la materia, el tiempo y el espacio, es decir, el universo mismo.

La física es **una de las disciplinas académicas más antiguas**, cuyas raíces se remontan a los inicios de la civilización, cuando el hombre empezó a tratar de entender las fuerzas que regían el mundo a su alrededor.

Se trata de una disciplina tanto teórica (describe las leyes del universo) como experimental (pone en práctica de hipótesis respecto a dichas leyes), y se adhiere al modelo de comprobación y legitimación impulsado por el método científico. Es una de las ciencias fundamentales o centrales que existen, y dentro de su campo de estudio convergen a menudo la química, la biología y la electrónica, entre otras.

Inicialmente la física formaba parte, como tantas otras ciencias, de la filosofía o la filosofía natural de la antigüedad, pero a partir de la Revolución Científica del siglo XVII surgió como un campo independiente, interesado en las leyes fundamentales de la realidad y empleando el lenguaje formal de las matemáticas para expresarlas. En la actualidad, en cambio, la física es una de las disciplinas que más **contribuye con el cambio del paradigma científico, industrial y tecnológico**.

¿Qué estudia la física?

La gravedad es una fuerza de atracción existente entre dos o más cuerpos.

La física se ocupa de las leyes fundamentales del universo, es decir, de entender y describir la mecánica con que el universo opera. Estas leyes se describen mediante cuatro interacciones fundamentales:



- **Gravedad**. La fuerza de atracción existente entre dos o más cuerpos masivos (que tienen masa). Cuanto más masivos son los cuerpos, más intensa es la fuerza y más alcance tiene su efecto.
- **Electromagnetismo**. La fuerza de atracción o repulsión que se manifiesta entre partículas cargadas eléctricamente.
- **Fuerzas nucleares débiles**. También llamada interacción débil, es una fuerza que existe entre partículas fundamentales, es de muy corto alcance y es la responsable de los decaimientos atómicos y de la radiactividad.
- **Fuerzas nucleares fuertes**. Es una fuerza de atracción que mantiene unidos a los neutrones y los protones en el núcleo del átomo, venciendo la repulsión electromagnética entre estos últimos (cargados positivamente).

Ramas de la Física

La Física clásica, newtoniana, se divide en cinco grandes ramas que corresponden a cinco grupos de propiedades generales de los cuerpos: la **mecánica**, la **óptica**, la **acústica**, la **electricidad** y la **termología**.

La mecánica estudia el movimiento; la óptica, las propiedades de la luz; la acústica, los fenómenos relacionados con el sonido; la electricidad, las propiedades de las fuerzas eléctricas y la termología, los fenómenos relacionados con el calor.

En un principio, estas cinco ramas no parecían tener relación entre sí. Sin embargo, durante el siglo XIX, se descubrieron aspectos comunes. Se identificó el calor como una manifestación de movimiento entre moléculas pequeñas. Se encontró que la luz es una onda electromagnética. A su vez, se estableció que las ondas electromagnéticas se comportan como ciertos sistemas mecánicos.

A partir de entonces, la Física logró un notable desarrollo que llevó a la proliferación de nuevas ramas. La **física atómica** dio origen a la **mecánica cuántica** y a la **física del estado sólido, molecular y nuclear**. Esta última, a su vez, originó la **física de las partículas y del plasma**. Entretanto, la teoría de la relatividad y la mecánica cuántica sugirieron nuevas ideas físicas y aun filosóficas.

La más antigua de las ramas de la Física es la **mecánica**. Como sus conceptos generales se utilizaron para elaborar otros campos, constituye un buen fundamento para comprender toda la Física.

Por esa razón, comenzaremos este Curso aprendiendo nociones de esta rama, que podemos definir así:

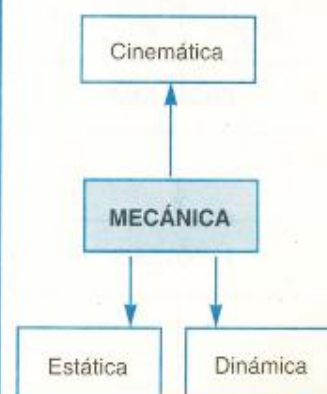
MECÁNICA es la parte de la Física que se ocupa del estudio del movimiento de los cuerpos en relación con las causas que lo producen.

A su vez, la mecánica se divide en **cinemática**, **estática** y **dinámica**. La cinemática describe el movimiento; la estática estudia las fuerzas en equilibrio, y la dinámica se ocupa de las causas del movimiento.

FÍSICA CLÁSICA

- Mecánica
- Óptica
- Acústica
- Electricidad
- Termología

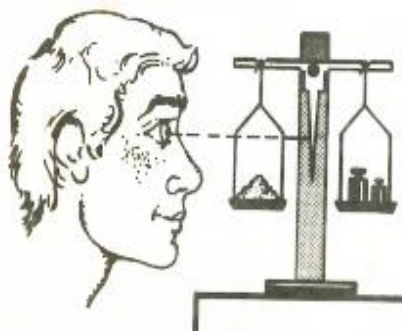
La teoría de la relatividad estableció la equivalencia entre masa y energía.



El proceso de medición

La medición es un proceso fundamental en las ciencias llamadas exactas, tales como la física, la química y la astronomía.

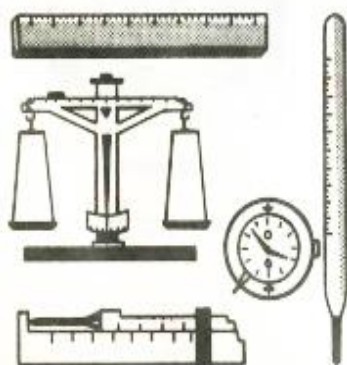
En toda medición se trata de determinar **cuánto** (número) **de qué** (unidad de medida), por lo cual se expresa con un número y una pala-



Medir es un proceso fundamental en Física.

Unidad de medida

Es una determinada cantidad de una magnitud que se toma como patrón de referencia.



Las características del instrumento influyen notoriamente en el resultado de una medición.

bra o abreviatura que indica la unidad utilizada. Así, se puede establecer que la longitud de una mesa es de 1,30 m, o que el volumen de una botella es de 970 ml, o que la masa de un trozo de acero es de 350 g.

Para medir la cantidad de una determinada magnitud se procede a compararla con otra cantidad de la misma magnitud que se toma como **unidad**. Así, por ejemplo, para medir una cierta longitud se toma otra cantidad de la misma magnitud, el metro; para medir un volumen, el litro; para medir una temperatura, el grado celsius, etcétera. Entonces, para cada magnitud se establece una unidad y de hecho resulta absurdo medir una cantidad de una magnitud con la unidad de otra magnitud. Por ejemplo: no se puede medir la velocidad con la unidad de masa, el kilogramo.

En consecuencia:

MEDIR es comparar una cierta cantidad de una magnitud (X) con otra cantidad de la misma especie, considerada como unidad (U).

La medición de la cantidad "X" con la unidad "U" nos lleva a obtener un número "n", que indica cuántas veces está contenida la unidad en dicha cantidad "X". Luego:

$$\frac{X}{U} = n$$

donde "n" es la medida de "X" con respecto a la unidad "U".

Las unidades de medida pueden ser normalizadas, en cuyo caso son iguales en todos los países, lo cual facilita el intercambio comercial y la comunicación científica, como por ejemplo: el metro (m), el gramo (g), el segundo (s), etcétera. Pero, también se pueden utilizar unidades arbitrarias, aunque presentan el inconveniente de que no son iguales para todas las personas y, por lo tanto, dificultan la comunicación, tales como el paso, el pie, el palmo, etcétera.

Para realizar las mediciones se usan diferentes **instrumentos** adecuados a las distintas magnitudes y cantidades que deben medirse, tales como la regla, el transportador, la balanza, el reloj, el termómetro, el dinamómetro, etcétera. Por cierto, cuanto más exactos sean estos instrumentos, tanto mayores serán las posibilidades de obtener una medida lo más representativa posible.

Pero no es suficiente contar con muy buen instrumental; también tiene gran importancia la persona que mide, es decir, el **observador**, el cual debe tener la destreza necesaria para manejar correctamente los instrumentos de medición.

En suma:

Para medir una cantidad de cualquier magnitud física se necesita una unidad de medida apropiada, un instrumento adecuado y un observador adiestrado.

Como resultado del proceso de medición se obtiene el **valor de una cantidad**, formado por un número (**medida de la cantidad**) y una abreviatura (**unidad de medida**).

Así, en el caso de un alumno que mide el ancho del aula utilizando una cinta métrica y obtiene como resultado 7 m, podemos distinguir:

- **observador:** el alumno
- **magnitud:** longitud
- **cantidad de la magnitud:** ancho del aula
- **instrumento de medición:** cinta métrica
- **valor de la cantidad:** 7 m
- **medida:** 7
- **unidad:** metro

Magnitudes fundamentales

Las magnitudes fundamentales son aquellas que resultan totalmente independientes de las demás. En Física tienen particular importancia la **longitud**, la **masa** y el **tiempo**, cuyas unidades de base son el metro, el kilogramo y el segundo, respectivamente.

A partir de ellas se definen las magnitudes derivadas; así, por ejemplo, la velocidad se define en función de la longitud y del tiempo.

El Sistema Internacional de Unidades considera como magnitudes fundamentales la longitud, la masa, el tiempo, la intensidad de corriente eléctrica, la temperatura termodinámica, la intensidad luminosa y la cantidad de sustancia.

¿Cuáles son las unidades utilizadas?

Durante muchos años existió una verdadera anarquía en las unidades usadas para las diferentes magnitudes. Cada país o región tenía las suyas y a veces existían diferencias dentro de un mismo país.

Así, por ejemplo, en el caso de la longitud, se fue evolucionando desde formas poco precisas, como el palmo, el paso, el codo, hasta llegar al metro, utilizado en la actualidad, y pasando por otras unidades,

VALOR DE UNA CANTIDAD

Medida + Unidad

Magnitud física

Es todo aquello que se puede medir.



En toda medición debe evitarse el **error de paralaje**

METRO (m)
Definición actual:
 Un metro es igual a 1.650.763,73 longitudes de onda de la luz anaranjada del kriptón de masa atómica 86, cuando la lámpara emisora está a -210°C .

tales como el pie, la pulgada, la vara y otras que aún se siguen utilizando en algunos países y lugares, así como también en algunas actividades que se desarrollan en nuestro país (por ejemplo, en la medición de maderas).

Finalmente, tras un largo proceso de homogeneización que ha abarcado muchos siglos, se llegó a establecer, en 1960, por la Conferencia General de Pesas y Medidas el denominado **Sistema Internacional de Unidades (SI)**, el cual fue adoptado por nuestro país en 1972 por Ley Nacional N° 19.511 con la denominación de **Sistema Métrico Legal Argentino**.

2.2.1. El Sistema Métrico Legal Argentino (SIMELA)

Este sistema está elaborado sobre la base del Sistema Internacional de Unidades (SI) con el agregado de unas pocas unidades no pertenecientes al SI pero admitidas, tales como: el litro, la hora, el minuto, etcétera.

El SIMELA consta de unidades de base, unidades suplementarias y unidades derivadas.

Unidades de base

MAGNITUD	Unidad	
	Nombre	Símbolo
• Longitud	metro	m
• Masa	kilogramo	kg
• Tiempo	segundo	s
• Intensidad de corriente eléctrica	ampere	A
• Temperatura termodinámica	kelvin	K
• Intensidad luminosa	candela	cd
• Cantidad de sustancia	mol	mol

Unidades suplementarias

MAGNITUD	Unidad	
	Nombre	Símbolo
• Ángulo plano	radián	rad
• Ángulo sólido	stereoradián	sr

Unidades derivadas

Son muchas, pues abarcan todo el dominio de la ciencia. Algunas se designan de acuerdo con el nombre de las unidades de base y otras tienen nombres especiales.

A modo de ejemplo:

Unidades derivadas sin nombres especiales

MAGNITUD	Unidad	
	Nombre	Símbolo
• Superficie	metro cuadrado	m ²
• Volumen	metro cúbico	m ³
• Velocidad	metro por segundo	m/s
• Aceleración	metro por segundo al cuadrado	m/s ²
• Densidad (de masa)	kilogramos por metro cúbico	kg/m ³

Unidades derivadas con nombres especiales

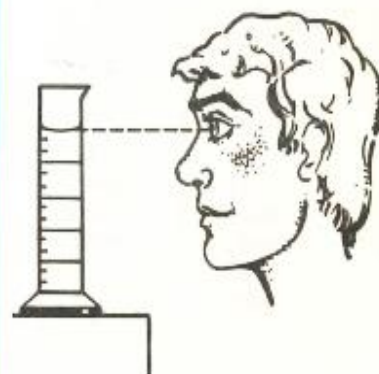
MAGNITUD	Unidad		
	Nombre	Símbolo	Otra forma de expresión
• Fuerza	newton	N	m ⁻¹ . kg. s ²
• Energía	joule	J	N.m
• Presión	pascal	Pa	N/m ²
• Frecuencia	hertz	Hz	s ⁻¹
• Potencia	watt	W	J/s

Unidades agregadas

Las unidades más importantes agregadas al SI por la Ley Nacional 19.511 son:

Unidades SIMELA no SI

MAGNITUD	Unidad		
	Nombre	Símbolo	Equivalencia
• Tiempo	minuto	min	1 min = 60 s
	hora	h	1 h = 3.600 s
	día	d	1 d = 86.400 s



En toda **medición** es primordial el uso de **unidades** apropiadas.

MAGNITUD	Unidad		
	Nombre	Símbolo	Equivalencia
• Ángulo plano	grado (sexagesimal)	°	$1^{\circ} = (\pi/180) \text{ rad}$
	minuto (sexagesimal)	'	$1' = (\pi/10.800) \text{ rad}$
	segundo (sexagesimal)	"	$1'' = (\pi/648.000) \text{ rad}$
• Volumen	litro	l ó L	$1 \text{ L} = 10^{-3} \text{ m}^3$

ESCRITURA DE LAS UNIDADES

Correcto	Incorrecto
kg	kgs
h	hs
m	mts
g	grs
g	g.
m	m.
kg	KG
km	Km
J	j
l ó L	
°C	° C
metro	Metro
pascal	Pascal
volt	voltio
joule	julio
min	'
s	"

Es importante seguir las recomendaciones sobre la escritura de los nombres y símbolos de las unidades para facilitar la comunicación.

Para la escritura de los nombres y símbolos de las unidades se han establecido normas concretas, tales como:

- Los símbolos deben escribirse con letras romanas rectas y nunca deben pluralizarse. Ej: kg y no kgs.; m y no mts; h y no hs.
- No deben colocarse los símbolos con punto final salvo cuando finaliza la oración. Ej: kg y no kg.; m y no m. ; h y no h. ; etcétera.
- Los símbolos de las unidades se deben escribir con letras minúsculas, excepto cuando el nombre de la unidad deriva de un nombre propio. Ej: m; kg; A; J.
- Aunque la unidad de volumen es el metro cúbico, se admite el uso del litro, pudiendo utilizarse como símbolo la "ele" minúscula o mayúscula, según se prefiera (l ó L).
- En temperatura puede usarse la unidad derivada grado celsius, aclarando que no es centígrado y que su símbolo es °C. Ej: 37 °C y no 37° C (los símbolos ° y C son inseparables).
- Cuando se escribe el nombre de la unidad siempre debe hacerse con minúscula, aun en el caso de nombre propio. Ej: metro; segundo; pascal; newton.
- No se deben castellanizar los nombres de las unidades. Ej: joule y no julio; volt y no voltio.
- Cuando se multiplican dos unidades se coloca un punto entre ellas. Ej: N.m; N.s.
- En el caso de una multiplicación conviene eliminar la palabra "por". Ej: newton segundo y no newton por segundo.
En cambio, cuando se trata de un cociente sí se utiliza la palabra "por". Ej: m/s = metro por segundo; kg/m³ = kilogramo por metro cúbico.
- Cuando se trata de una unidad formada a partir de otras dos por división, puede utilizarse una barra, una línea horizontal o potencia negativa.

Ej.: m/s, $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ ó m.s^{-1} .

Múltiplos y submúltiplos de las unidades

Cuando el valor de una cantidad es un número muy grande, o por el contrario, muy pequeño, se suelen emplear los múltiplos y submúltiplos de la unidad.

Por ejemplo:

Unidad de longitud: **el metro**

a) Múltiplos

NOMBRE	SÍMBOLO	LONGITUD (m)
Decámetro	dam	10 (10^1)
Hectómetro	hm	100 (10^2)
Kilómetro	km	1000 (10^3)
Megámetro	Mm	1 000 000 (10^6)

Los **múltiplos** y **submúltiplos** de cada unidad son necesarios para grandes y pequeñas cantidades, respectivamente.

Ej: kilómetro
kilogramo

milímetro
miligramo

b) Submúltiplos

NOMBRE	SÍMBOLO	LONGITUD (m)
Decímetro	dm	0,1 (10^{-1})
Centímetro	cm	0,01 (10^{-2})
Milímetro	mm	0,001 (10^{-3})
Micrómetro	μm	0,000 001 (10^{-6})
Nanómetro	nm	0,000 000 001 (10^{-9})

Si observamos con atención vemos que los nombres de cada múltiplo y submúltiplo se forman colocándole un determinado prefijo a la unidad metro. Precisamente, el Sistema Internacional de unidades, establece cuáles son los prefijos que pueden usarse para las distintas unidades:

PREFIJOS PARA OBTENER MÚLTIPLOS		
NOMBRE	SÍMBOLO	FACTOR
exa	E	10^{18}
peta	P	10^{15}
tera	T	10^{12}
giga	G	10^9
mega	M	10^6
kilo	k	10^3
hecto	h	10^2
deca	da	10^1

Los **múltiplos** y **submúltiplos** de cada unidad se obtienen colocándole el correspondiente prefijo a dicha unidad.

Ej:

• Prefijo: kilo (k) = 1 000;

luego:

1 000 g = 1 kg (**kilogramo**)

• Prefijo mili (m) = 0,001 (10^{-3});

luego:

0,001 g = 1 mg (**miligramo**)

PREFIJOS PARA OBTENER SUBMÚLTIPLOS		
NOMBRE	SÍMBOLO	FACTOR
deci	d	10^{-1}
centi	c	10^{-2}
mili	m	10^{-3}
micro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
pico	p	10^{-12}
femto	f	10^{-15}
atto	a	10^{-18}

También se indica que se debe aplicar un prefijo por cada unidad.
Ej.: 0,000 000 001 es igual a 1 nm (nanómetro) y no a 1 m μ m (milimicrómetro).

Actividades

Realizar las siguientes conversiones.

1. Tiempo

3600 segundos = _____ horas

13 días = _____ horas

56 minutos = _____ segundos

1 año = _____ días

18 horas = _____ minutos

24 horas = _____ segundos

1 año = _____ horas

2. Longitud.

13 m = _____ mm

3800 mm = _____ cm

25 hm = _____ km

3600 dm = _____ hm

150 hm = _____ m

550 cm = _____ mm

6 dm = _____ mm

35 mm = _____ m

35 m = _____ hm

3. Masa.

1380 mg = _____ g

40 dg = _____ hg

75 hg = _____ kg

3950 g = _____ kg

160 hg = _____ mg

550 dag = _____ g

690 cg = _____ dag

35 mg = _____ hg

5 kg = _____ dg

4. Pasaje de unidades:

- | | |
|--------------------|------------------------------|
| a) 9 m a cm = | f) 0,02 mm a dm = |
| b) 5 L a cl = | g) 17200 hg a kg = |
| c) 1500g a kg = | h) 0,05 mg a μg = |
| d) 90,5 dam a m = | i) 2100 ml a L = |
| e) 20000 Kw a Mw = | |

5. Escribir correctamente los símbolos que corresponden a las siguientes unidades y sus magnitudes.

- | | |
|-----------------------|-------------------------|
| A. Hectogramo = | F. Kilonewton = |
| B. Decámetro cubico = | G. Decacandela = |
| C. Mililitro = | H. Megawatt = |
| D. Centilitro = | I. Decímetro cuadrado = |
| E. Microgramo = | J. Milímetro = |

6. Unir según correspondan las tres columnas.

Decijoule	dam	
Kilogramo	MHz	Energía
Decametro	cl	Longitud
Centimetro cubico	cm^3	Volumen
Micrometro	Kg	Superficie
Kilómetro cuadrado	hPa	Presión
Megahertz	dJ	Temperatura
Centilitro	kK	Masa
Kilokelvin	μm	
Hectopascal	Km^2	

7. Indica si está escrito correctamente. Corregir en caso contrario.

- | | |
|----------------------------|-------------------------------------|
| a) 2 centímetros = 2 cm | d) 25 metros = 25 m |
| b) 50 miligramos = 50 mgrs | e) 1250 kilovatios = 1250 Kw |
| c) 2,75 litros = 2,75 Lts | f) 90 microgramo = 90 μg |

8. Responder:

- 1) Indicar cuál es la unidad de velocidad establecida por el SIMELA. ¿Qué otras unidades se puede usar?
- 2) ¿Qué equivalencia existe entre la unidad extranjera MILLA con la unidad KILOMETRO establecida por el SI?
- 3) ¿A cuántos km/h equivalen 90 m/s? Explica matemáticamente el procedimiento
- 4) ¿Qué equivalencia existe entre Kelvin (K) y grado centígrado ($^{\circ}\text{C}$)?
- 5) Si una temperatura ambiente es de 26°C ¿A cuántos Kelvin equivalen?
- 6) Convertir 0,0072 cg a μg .
- 7) ¿Cómo se realiza la conversión de unidades de superficie y de volumen?
- 8) Convertir 120000 cm^3 a dm^3 =

¿Qué es la estática?



Las pesas están en reposo.

Cuando se levanta un cuerpo hasta una cierta altura y se lo mantiene en **reposo**, sobre ese cuerpo actúan dos fuerzas: la que lo mantiene elevado y el peso que tiende a hacerlo caer. El efecto de las dos fuerzas es nulo y entonces decimos que el cuerpo está en equilibrio.

Si un automóvil se desplaza con **movimiento rectilíneo uniforme**, éste es posible porque la fuerza del motor anula el rozamiento. Luego, el automóvil se halla en equilibrio.

Por lo tanto, se considera que **un cuerpo está en equilibrio cuando se encuentra en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme**.

La parte de la Mecánica que estudia el equilibrio de los cuerpos bajo la acción de fuerzas se denomina **Estática** y se puede definir así:

ESTÁTICA es la parte de la Mecánica que estudia las condiciones que deben cumplirse para que un cuerpo, sobre el que actúan fuerzas, permanezca en equilibrio.

Para aprender Estática es conveniente que empecemos por interpretar correctamente el concepto de fuerza.

Fuerza



Levantar una lapicera, dar un puntapié a una pelota, arrastrar un mueble, revolver el café, girar la rueda del molino por el viento, son acciones en que se aplican fuerzas.

Para levantar una piedrita aplicamos una pequeña fuerza vertical hacia arriba; por el contrario, si la piedra es grande, debemos aplicar una fuerza mayor, también vertical y hacia arriba. Para empujar un automóvil le aplicamos una fuerza horizontal que será mayor o menor según el peso del auto, la rugosidad del piso y las características de los neumáticos. En estos ejemplos vemos cómo fuerzas de diferente intensidad, al ser aplicadas sobre un cuerpo, **producen** un movimiento.

En otras ocasiones, como cuando un futbolista desvía la pelota, o un automovilista acciona los frenos, las fuerzas aplicadas a un cuerpo en movimiento **modifican** su dirección o su velocidad.

También, en otras situaciones, como cuando un alumno quiere trasladar un banco y su compañero se opone, se **impide** el movimiento del cuerpo por efecto de la fuerza que se hace en sentido contrario.

Por otra parte, si hacemos una pequeña fuerza sobre una regla, ésta se “curva”, pero vuelve a su posición inicial apenas cesa la acción sobre la misma. Si golpeamos con un martillo un recipiente metálico podemos “abollarlo” sin que vuelva a su estado original. En ambos casos observamos que la fuerza es capaz de **deformar** a un cuerpo transitoria o permanente.

Por lo tanto, podemos generalizar diciendo que:

FUERZA es toda causa capaz de producir, modificar o impedir un movimiento y/o deformar un cuerpo.

Elementos de una fuerza

Si atamos una cuerda a un banco y tiramos de ella hasta desplazarlo hacia la derecha, hemos aplicado una fuerza donde podemos señalar: **a)** el lugar donde se ató la cuerda, que se denomina **punto de aplicación**; **b)** la posición horizontal de la cuerda, que indica la **dirección** de la fuerza; **c)** el lado hacia el cual se desplaza el banco (la derecha) indica el **sentido**; **d)** el mayor o menor desplazamiento, que está dado por la **intensidad** de la fuerza.

En consecuencia, una fuerza se caracteriza por presentar cuatro elementos, a saber:

- a) punto de aplicación:** es el punto del cuerpo sobre el cual se aplica la fuerza.
- b) dirección o recta de acción:** es la recta por la cual la fuerza tiende a desplazar su punto de aplicación.
- c) sentido:** es una de las dos formas posibles de seguir la recta de acción.
- d) intensidad:** es el valor de la fuerza aplicada. También se denomina **módulo**.

¿Cómo se representa una fuerza?

Para representar una fuerza se utiliza una flecha, que se denomina **vector**.



Vector
Segmento de recta orientado que indica origen, dirección, sentido y módulo.



Balanza para establecer el peso de las personas.

El punto de origen de la flecha (O) señala el punto de aplicación. La recta a la cual pertenece dicha flecha indica la dirección. El extremo (S) muestra el sentido de la fuerza. La longitud (I) representa la intensidad, de acuerdo con una escala preestablecida. Por ejemplo: si a cada centímetro de longitud se le asigna un valor de 2 newton (N), para representar una fuerza de 10 N el vector debe tener una longitud de 5 cm.

Una fuerza muy conocida: EL PESO

Si sostenemos un libro con las manos, advertimos que empuja hacia el suelo y en cuanto lo soltamos cae. De igual modo se comportan todos los objetos materiales. Esto nos indica que hay una fuerza que atrae a todos los cuerpos hacia el centro de la Tierra, llamada **gravedad**. Por cierto, si ella no existiera los objetos quedarían suspendidos en el espacio, en el sitio donde se los deje, y si se arrojara un cuerpo hacia arriba no regresaría hacia la Tierra.

En consecuencia, podemos deducir que:

EL PESO DE UN CUERPO es la fuerza con que la Tierra lo atrae.

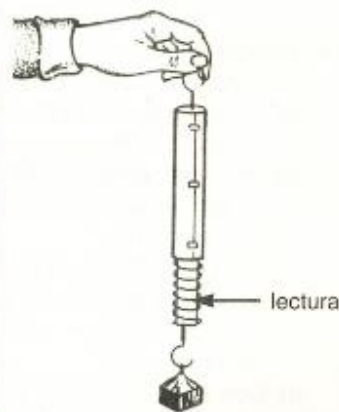
Cada objeto tiene su propio peso, lo cual nos indica que la Tierra atrae a cada uno con una fuerza distinta. Precisamente, la gravedad se ejerce sobre cada partícula material de un cuerpo y entonces cuanto mayor es su cantidad de materia (masa) mayor va a ser su peso. Es decir, que la fuerza de atracción que la Tierra ejerce **depende** de la masa del cuerpo. Por ejemplo, un banco de madera tiene más masa que un lápiz y por lo tanto su peso es mayor.

¿Cómo se mide la intensidad de una fuerza?

Para medir la intensidad de una fuerza se utiliza un instrumento conocido con el nombre de **dinamómetro** (etimológicamente, del griego: **dynamys** = fuerza, y **metron** = medida). Es decir, “medidor de fuerzas”. Este instrumento está basado en la deformación que experimenta un cuerpo elástico al ser sometido a la acción de una fuerza. Se considera que un cuerpo es elástico cuando se deforma por la aplicación de una fuerza y luego vuelve a su posición original al cesar aquella; por ejemplo, una banda de goma, un resorte, una lámina de acero, etcétera.

Los dinamómetros se fundamentan en el principio que establece que: “fuerzas iguales producen la misma deformación de un cuerpo elástico”.

En el comercio es corriente encontrar el dinamómetro de resorte y el de lámina, pero para comprender correctamente su funcionamiento es conveniente realizar el siguiente trabajo práctico.



Dinamómetro de resorte.

Las unidades de fuerza

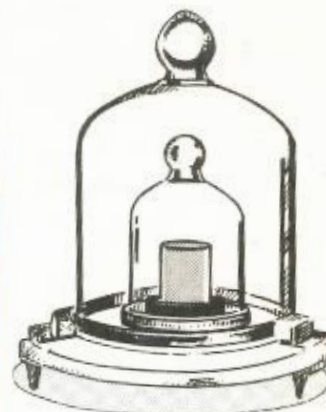
En general, la unidad utilizada para medir fuerzas es el **kilogramo-fuerza**, cuya símbolo es $\vec{kg}$ (el vector significa fuerza y permite diferenciar este símbolo del que indica la unidad de masa llamada kilogramo).

Esta unidad corresponde al peso de un trozo de platino iridiado que se conserva en la Oficina Internacional de Pesas y Medidas de Sévres (Francia), cuando se encuentra a nivel del mar y 45° de latitud. Es indispensable tener en cuenta altura y latitud, pues el peso de los cuerpos varía ligeramente con ellas. Así, en un punto del ecuador, dicho patrón tiene un peso de $0,997 \vec{kg}$ y no de $1 \vec{kg}$.

Un kilogramo-fuerza es aproximadamente igual al peso de un litro de agua destilada a la temperatura de 4°C .

En la práctica, además del kilogramo-fuerza se utilizan múltiplos y submúltiplos, tales como **tonelada (Ton)** = $1.000 \vec{kg}$; **gramo ($\vec{g}$)** = $0,001 \vec{kg}$; **decigramo ($\vec{dg}$)** = $0,1 \vec{g}$; **centigramo ($\vec{cg}$)** = $0,01 \vec{g}$; **mili-gramo ($\vec{mg}$)** = $0,001 \vec{g}$.

En el SIMELA se ha adoptado como unidad de fuerza el **NEWTON (N)**, que se define del siguiente modo: **es la fuerza que, aplicada constantemente sobre una masa de un kilogramo, le imprime una aceleración de un $\frac{m}{s^2}$.**



Kilogramo patrón que se conserva en la oficina Internacional de Pesas y Medidas (Francia).

Es conveniente usar el **newton** como **unidad de fuerza**, en lugar del kilogramo-fuerza.

Entre el kilogramo-fuerza y el newton existe la siguiente equivalencia:

$$1 \vec{kg} = 9,8 \text{ N} \quad \text{y} \quad 1 \text{ N} = 0,102 \vec{kg}$$

Esto nos indica que un kilogramo-fuerza es aproximadamente diez veces mayor que un newton. Así, una persona que pesa $50 \vec{kg}$, si su peso se expresa en newton es de 490 N .

Para entenderlo mejor, podemos tener en cuenta que 1 N es aproximadamente igual al peso de 102 ml de agua (un vaso pequeño).

Actividades

- 1) Usando una escala de $1\text{cm} = 50 \text{ N}$, graficar las siguientes fuerzas todas de dirección horizontal: $F_1 = 150\text{N}$; $F_2 = 100\text{N}$; $F_3 = 50\text{N}$ y $F_4 = 400\text{N}$
- 2) Con escala $1\text{cm} = 5\text{N}$ representa las fuerzas $F_a = 30\text{N}$ y $F_b = 25 \text{ N}$ sabiendo que sus direcciones son perpendiculares y poseen el mismo origen.
- 3) La fuerza F representa 40 N y su longitud es de 5cm ¿Cuál es la escala empleada?
- 4) ¿Qué longitud deberá tener el vector F para que represente a la fuerza 120N en escala $1\text{cm} = 15\text{N}$?
- 5) ¿Qué intensidad tiene la fuerza F si la longitud del vector que la representa es de $6,2 \text{ cm}$ y la escala empleada es $1\text{m} = 5,5\text{N}$?
- 6) Representa una fuerza de 250N , indicar la escala utilizada.
- 7) Represente gráficamente las siguientes fuerzas, tomando como escalas $1 \text{ cm} = 10 \text{ N}$

- a) Fuerza de 35N de intensidad aplicada sobre un cuerpo en dirección horizontal y con sentido hacia la izquierda.
- b) Fuerza de 37N, con sentido hacia la derecha y formando un ángulo de 30° por encima de la horizontal.
- 8) Representa las siguientes fuerzas, eligiendo la escala adecuada:

$$F_1 = 36 \text{ N}$$

$$F_5 = 5 \text{ N}$$

$$F_2 = 49 \text{ kgf}$$

$$F_6 = 600 \text{ N}$$

$$F_3 = 10\,000 \text{ dynas}$$

$$F_7 = 20 \text{ kgf}$$

$$F_4 = 3000 \text{ gf}$$

$$F_8 = 15 \text{ N}$$

- 9) Teniendo en cuenta que la fuerza se puede medir en Newton; dynas y Kgf y que las relaciones son:

$$1 \text{ kgf} = 9,8 \text{ N}$$

$$1 \text{ N} = 10^5 \text{ dynas}$$

Convierte:

a) 3N a kgf =

b) 4736 dynas a N =

c) 368 kgf a N =

f) 15 kgf a N =

d) 0,678 N a dynas =

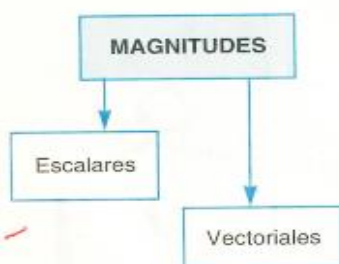
g) 2300000 dynas a kgf =

e) 882 N a Kgf =

h) 6×10^6 dynas a N =



La temperatura es una **magnitud escalar**.



2. Clases de magnitudes

Entre las diversas magnitudes físicas podemos distinguir dos clases:

- a) Algunas, como la longitud, la superficie, el volumen, el tiempo, la temperatura, se determinan claramente con sólo mencionar su **medida** y su **unidad**. Así, por ejemplo, para señalar la distancia entre Buenos Aires y Mar del Plata es suficiente con decir 400 km; para indicar la capacidad de una botella basta expresar 1 L; para mencionar la temperatura ambiente sólo se debe manifestar 17 °C; etcétera.

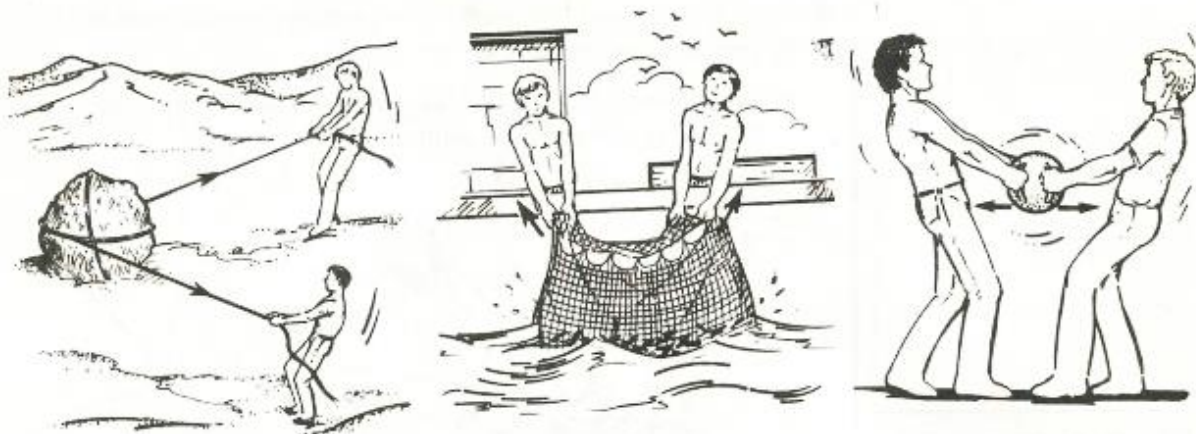
Estas magnitudes se denominan **magnitudes escalares**.

- b) Otras, como la velocidad, la aceleración, la fuerza, requieren para su expresión, además de su **medida** y su **unidad**, que se indiquen su **punto de aplicación**, su **dirección** y su **sentido**. Así, si le solicitamos a una persona que efectúe una fuerza de 8 N (intensidad), seguramente preguntará: ¿en qué lugar? (punto de aplicación). Si nuestra respuesta es "en el escritorio", probablemente consulte: ¿en qué dirección la aplico? (dirección). En el caso de que le digamos "a lo largo del escritorio", todavía necesita saber: ¿hacia la derecha o la izquierda? (sentido).

A estas magnitudes se les da el nombre de **magnitudes vectoriales**.

3. Los sistemas de fuerzas

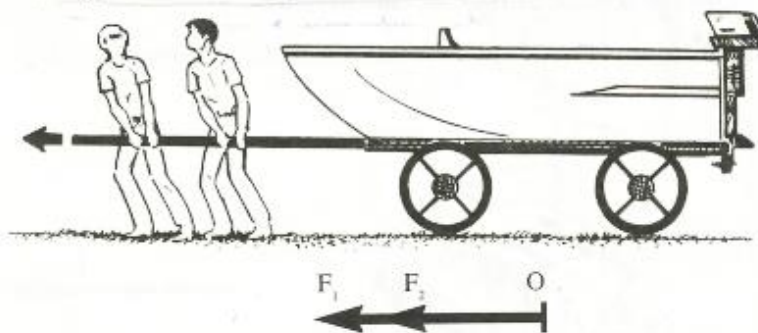
Cuando dos o más fuerzas actúan sobre un cuerpo rígido constituyen un **sistema de fuerzas**. Así, por ejemplo:



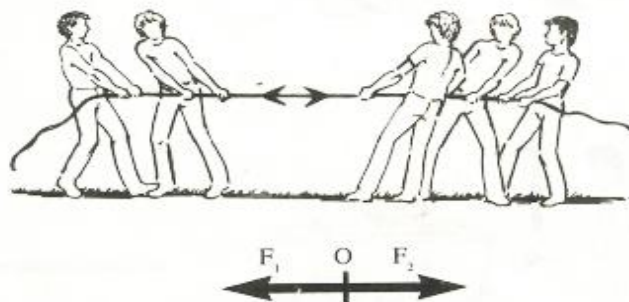
Estos ejemplos muestran que las **fuerzas** que forman un sistema pueden tener **igual o distinta dirección**.

■ En el caso de **sistemas** constituidos por **fuerzas** que presentan **igual dirección**, denominadas **colineales**, se pueden distinguir:

a) algunos formados por fuerzas que tienen el **mismo sentido**:



b) otros cuyas fuerzas poseen **distinto sentido**:



FUERZAS

Igual
dirección
(colineales)

Distinta
dirección

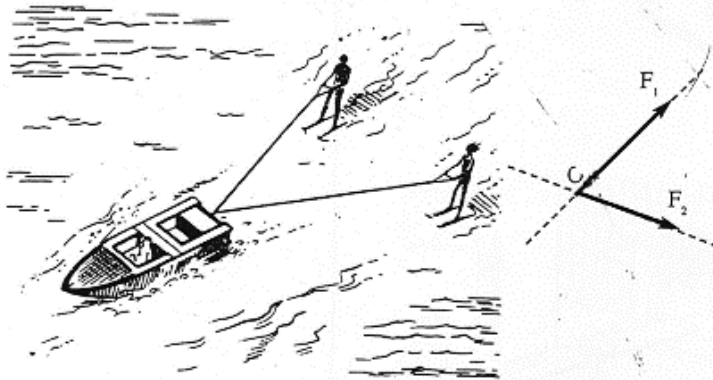
FUERZAS COLINEALES

Igual
sentido

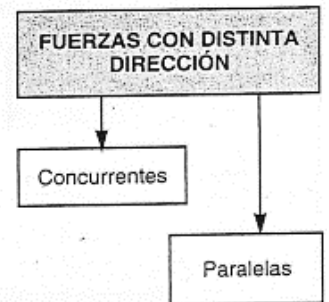
Distinto
sentido

■ Entre los sistemas compuestos por fuerzas que presentan **distinta dirección**, se pueden diferenciar:

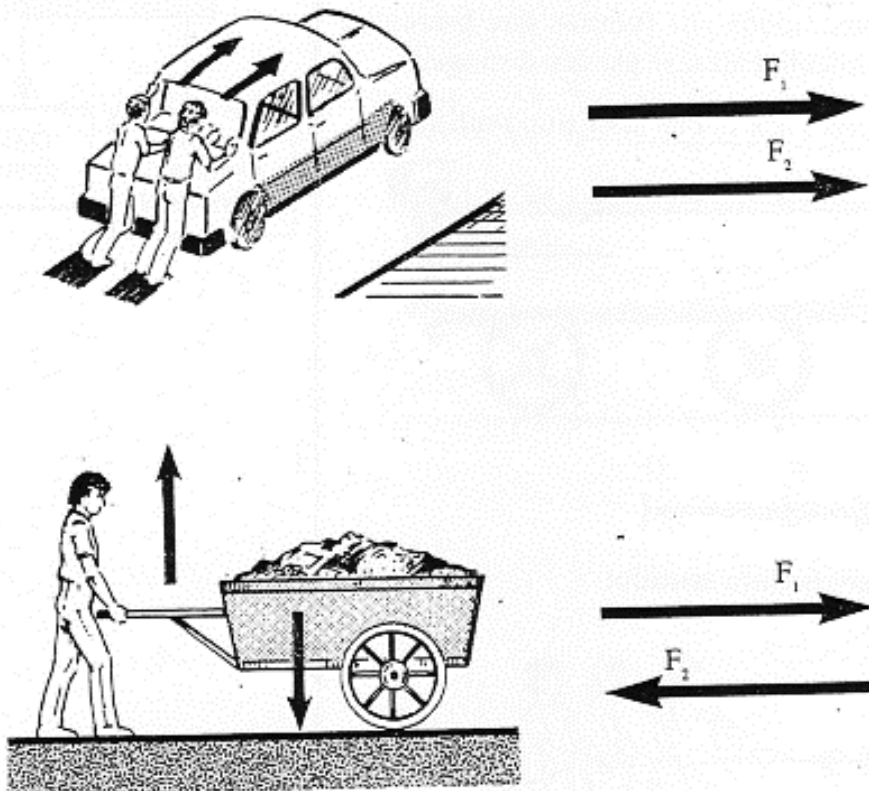
a) aquellos constituidos por fuerzas cuyas **direcciones** (rectas de acción) **se cortan en un punto**:



Como las direcciones de estas fuerzas concurren a un punto, reciben el nombre de **fuerzas concurrentes**.



b) Otros formados por fuerzas que tiene direcciones paralelas:

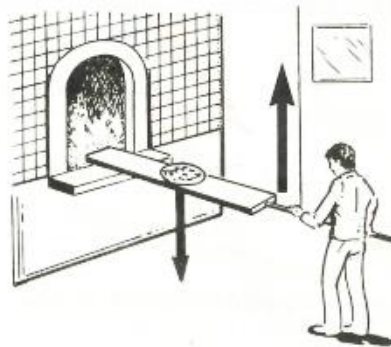


Estas fuerzas se denominan **fuerzas paralelas** y pueden tener **igual o distinto sentido**:



Fuerzas paralelas de igual sentido

Fuerzas paralelas de distinto sentido



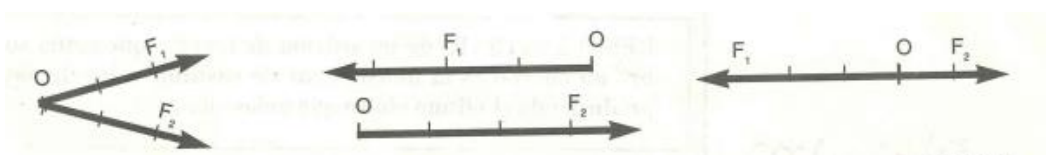
FUERZAS PARALELAS

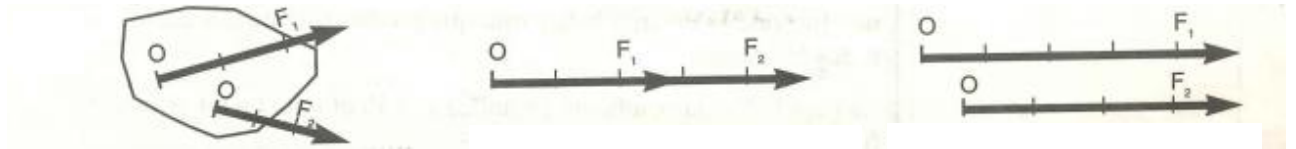
Igual sentido

Distinto sentido

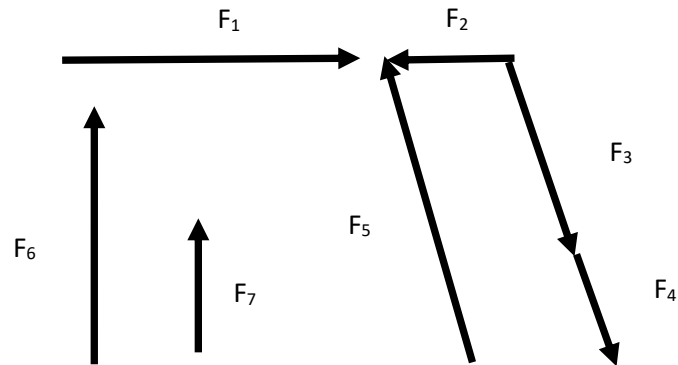
Actividades.

- Analice las siguientes afirmaciones. Indique si son verdaderas o falsas. Luego justifique su elección.
 - El peso de un libro es distinto en la tierra y en la luna.
 - La masa de un libro es distinta en la tierra y en la luna.
 - El volumen de un libro es igual en la tierra y en la luna.
 - La gravedad es una propiedad exclusiva de la tierra y de la luna.
 - La unidad de fuerza SIMELA es el kgf.
 - Las magnitudes vectoriales quedan determinadas indicando su medida y su unidad.
 - Un sistema de fuerzas puede estar constituido por una sola fuerza.
 - Las fuerzas colineales pueden ser paralelas.
 - Las fuerzas cuyas direcciones se cortan en un punto son concurrentes.
 - Las fuerzas paralelas de igual sentido tienen igual dirección.
- Las siguientes representaciones corresponden a diferentes sistemas de fuerzas. Escriba la denominación de cada uno de ellos sobre las líneas de puntos.





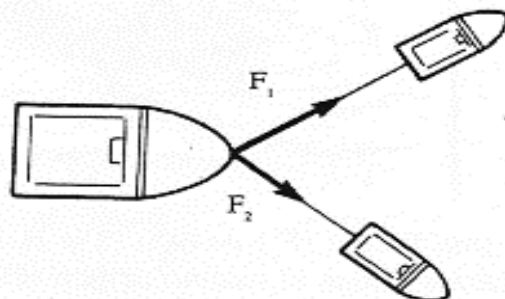
3. Observa el siguiente grafico de fuerzas y luego responde:



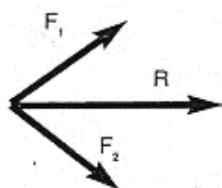
- ¿Las fuerzas de dirección vertical son?
- ¿Las fuerzas que tiene el mismo sentido son?
- ¿Las fuerzas que tienen el mismo punto de aplicación son?
- ¿Las fuerzas que poseen igual sentido son?
- ¿Qué fuerzas son consideradas oblicuas?
- ¿Qué fuerzas tienen la misma dirección y el mismo sentido?
- Nombra 2 fuerzas que sean paralelas de sentidos contrarios.
- ¿Cuál es la fuerza perpendicular a F_6 ?
- ¿Qué características presentan las fuerzas F_6 y F_7 ?
- ¿Qué fuerzas comparten la misma dirección y sentido contrario?

Componentes y resultante de un sistema de fuerzas

Un buque puede desplazarse por la acción que realizan dos remolcadores, unidos por medio de sendas cuerdas aplicadas en el mismo punto y en direcciones oblicuas entre sí:



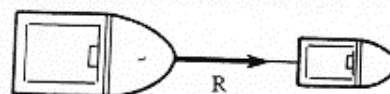
Las fuerzas concurrentes F_1 y F_2 que efectúan cada uno de los remolcadores, se denominan **componentes** del sistema.



Componentes = F_1 y F_2

Resultante = R

Dichos remolcadores pueden ser sustituidos por otro de mayor potencia que actúa en una dirección intermedia y produce la misma acción:



La fuerza R que reemplaza a F_1 y F_2 , logrando el mismo efecto, se denomina **resultante** del sistema.

Cuando son más de dos las fuerzas que actúan sobre un cuerpo, también pueden ser sustituidas por una sola fuerza R (resultante) que produce el mismo resultado que las componentes.

En consecuencia:

RESULTANTE (R) de un sistema de fuerzas que actúa sobre un cuerpo es la única capaz de sustituir a las demás, produciendo el mismo efecto que todas ellas.

Obtener la resultante de un sistema de fuerzas equivale a **componer** fuerzas, es decir, a hallar una que produzca la misma acción que todas las demás.

Para hallar la resultante se aplica el **cálculo vectorial** porque las fuerzas son vectores.

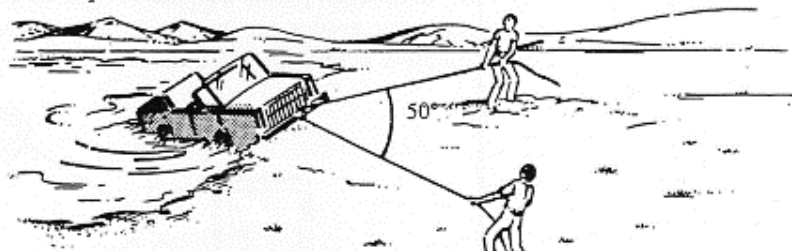
Componer fuerzas equivale a obtener una que reemplace a todas las demás.

Composición de fuerzas

Los procedimientos utilizados para obtener la resultante varían de acuerdo con la clase de sistema de que se trate. En las páginas siguientes se explicarán los más usados.

Resultante de un sistema de fuerzas concurrentes

Consideremos el caso de dos personas que tratan de sacar un automóvil que se encuentra empantanado:

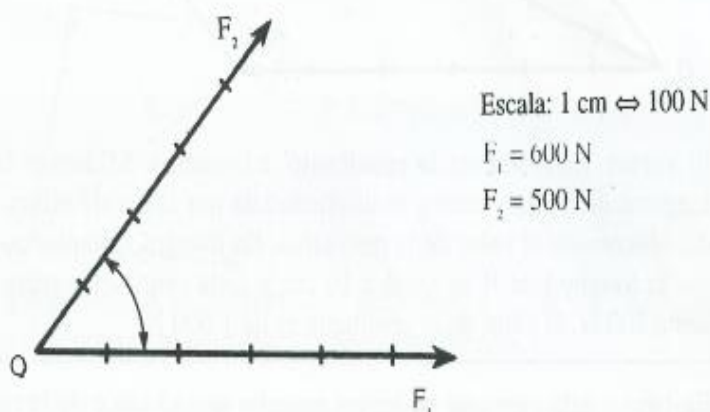


La persona A realiza una fuerza (F_1) de 600 N y la B otra fuerza (F_2) de 500 N. Ambas fuerzas tienen el mismo origen (O) y sus direcciones forman entre sí un ángulo de 50° .

$$1 \text{ N} = 0,102 \text{ kg} \rightarrow$$

Para determinar la resultante de este sistema emplearemos un método gráfico, denominado **Regla del paralelogramo**.

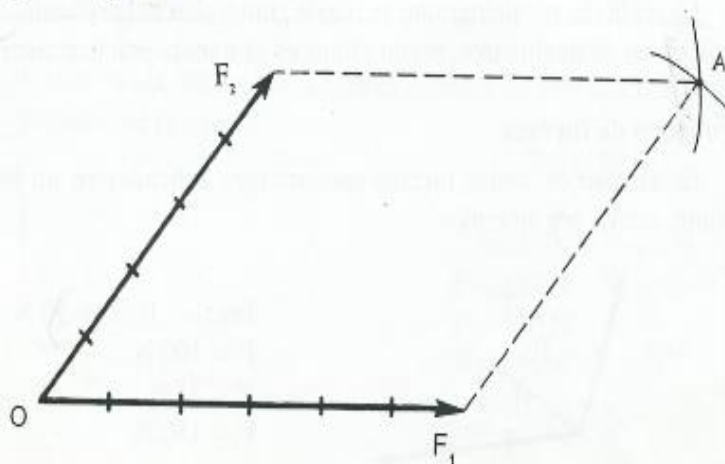
En primer término, se representan los vectores correspondientes a las fuerzas F_1 y F_2 , separados por el mismo ángulo (50°):



En los **métodos gráficos** es muy importante representar las escalas con la mayor exactitud posible.

Luego se forma un paralelogramo procediendo de la siguiente forma:

- Con el compás se toma la longitud del vector F_1 y con centro en el extremo del vector F_2 se traza un arco.
- De modo similar, se toma la longitud del vector F_2 y con centro en el extremo del vector F_1 se corta el arco antes trazado, obteniendo el punto A.
- Con una regla, se une el punto obtenido a los extremos de los vectores F_1 y F_2 , respectivamente y así queda construido el paralelogramo:



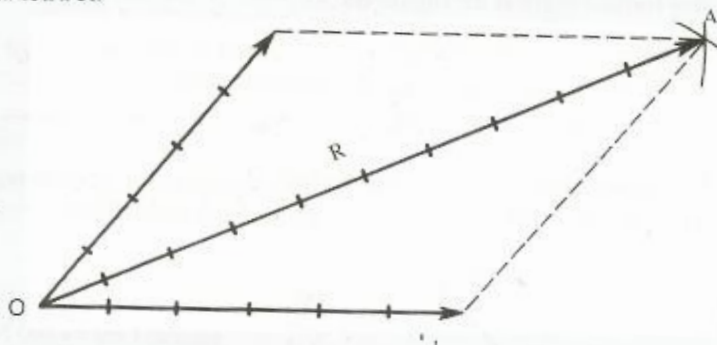
Paralelogramo

Cuadrilátero cuyos lados opuestos son paralelos.

Diagonal
Segmento que une dos
vértices opuestos de un
paralelogramo.

La **Regla del paralelogramo** es un método gráfico sencillo y práctico

Por último, se traza la diagonal del paralelogramo que pasa por el origen (O) del sistema (en forma de vector). Se identifica con la letra R:



El **vector R** representa la **resultante** del sistema. Midiendo la longitud de dicho vector y multiplicándola por la escala utilizada, obtenemos el valor de la resultante. En nuestro ejemplo, como la longitud de R es igual a 10 cm y cada centímetro representa 100 N, el valor de la resultante es de 1.000 N.

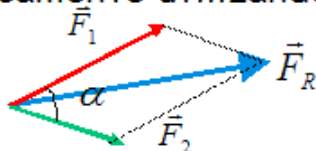
En base a este ejemplo, podemos apreciar que el valor de la resultante es menor que la suma de F_1 y F_2 . Sin embargo, podemos escribir $F_1 + F_2 = R$ porque es una suma **vectorial** y no escalar.

La diagonal del paralelogramo (vector R) también señala el punto de aplicación, la dirección y el sentido de la resultante de dos fuerzas concurrentes.

En consecuencia:

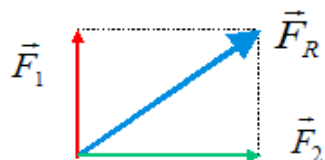
La **RESULTANTE** de un sistema de dos fuerzas concurrentes con el mismo punto de aplicación, está representada por el vector que es diagonal del paralelogramo, cuyos lados son los vectores correspondientes a las fuerzas que forman dicho sistema.

- **Regla del paralelogramo:** la F_R es la diagonal del paralelogramo formado por ambas fuerzas. F_R se halla gráficamente utilizando una regla, o con la trigonometría.



$$F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \alpha}$$

Si las **fuerzas** son **perpendiculares**, F_R puede calcularse aplicando el teorema de **Pitágoras**.



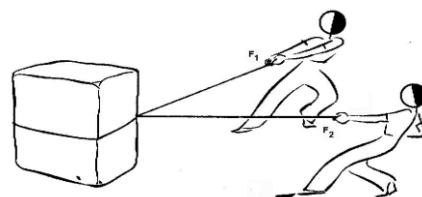
$$F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

Actividad:

Calculo de la resultante en sistemas de fuerzas concurrentes formados por dos fuerzas:

- 1) Calcular gráfica y analíticamente la resultante de un sistema formado por dos fuerzas de 40N Y 30N respectivamente que forman un ángulo de 90° entre sí.
- 2) Calcular gráfica y analíticamente la resultante de un sistema formado por dos fuerzas de 60kgf y 80kgf respectivamente que forman un ángulo de 90° entre sí.
- 3) Calcular gráfica y analíticamente la resultante de un sistema formado por dos fuerzas de 12N y 0,612kgf respectivamente que forman un ángulo de 90° entre sí.
- 4) Calcular gráfica y analíticamente la resultante de un sistema formado por dos fuerzas de 40N y 20N respectivamente que forman un ángulo de 60° entre sí.
- 5) Calcular gráfica y analíticamente la resultante de un sistema formado por dos fuerzas de 15kgf y 10kgf respectivamente que forman un ángulo de 135° entre sí.
- 6) Calcular gráfica y analíticamente la resultante de un sistema formado por dos fuerzas de 40N Y 3.059kgf respectivamente que forman un ángulo de 150° entre sí.
- 7) Dos personas, mediante sogas, arrastran un automóvil con fuerzas de $F_1 = 500N$ y $F_2 = 300N$, que forman entre sí un ángulo de 60° : a) Halle gráficamente la resultante, b) Calcule la intensidad de la fuerza que actúa sobre el automóvil, c) Si las personas se acercan entre sí, disminuye el ángulo que forman los sogas ¿Qué ocurre con la intensidad de la resultante?
- 8) Calcular la Resultante de las fuerzas que actúan sobre este objeto, las fuerzas son 300N y 500N, el ángulo entre ambos es de 70° .

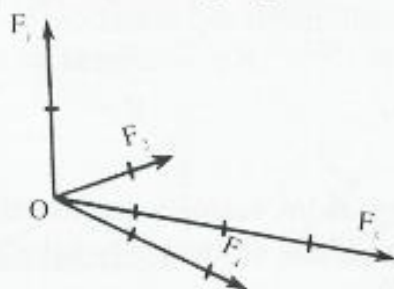
Esc: 1cm/100N



Polígonos de fuerzas

En el caso de varias fuerzas concurrentes aplicadas en un mismo punto, como, por ejemplo:

— Hallar la resultante del siguiente sistema de fuerzas, por el método del polígono:



Escala: 1 cm $\Leftrightarrow$ 80 N

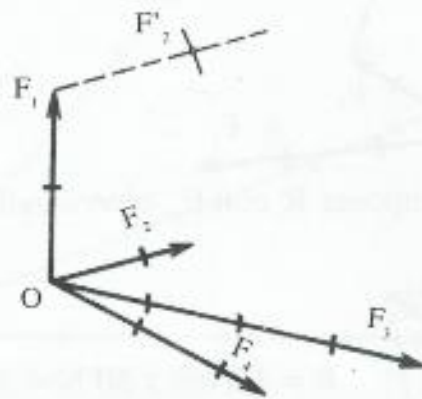
$F_1 = 160$ N

$F_2 = 120$ N

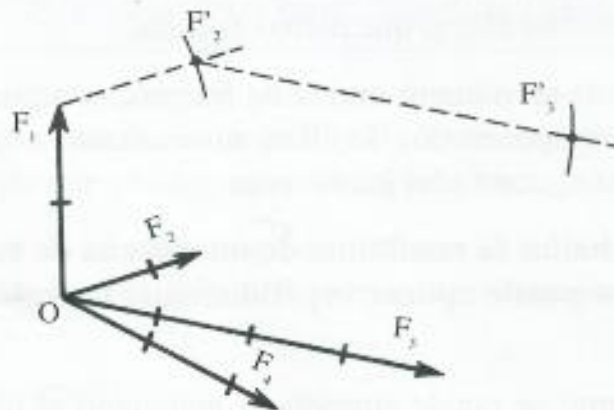
$F_3 = 320$ N

$F_4 = 200$ N

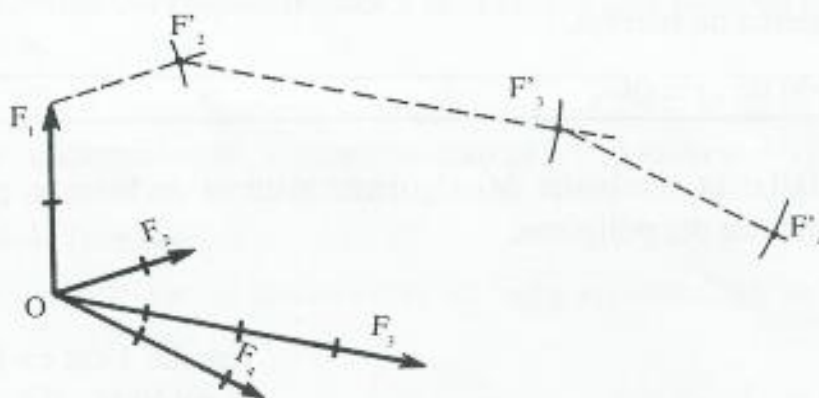
A partir del extremo de F_1 se traza con líneas de puntos una paralela al vector F_2 . Luego se toma la longitud de este vector (F_2) con el compás y se transporta a la construcción, obteniéndose el punto F'_2 :



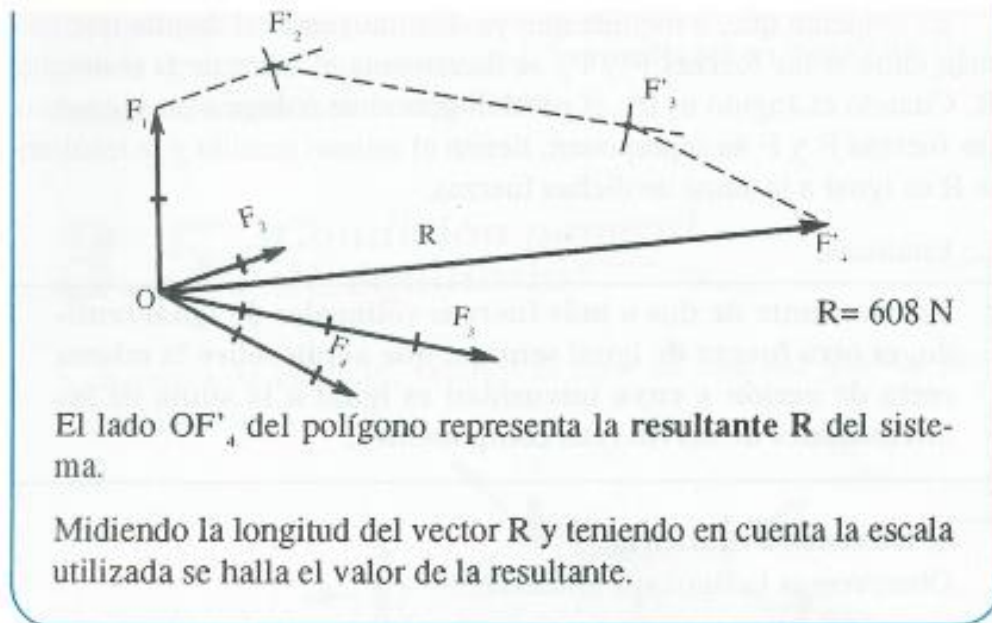
Partiendo del punto F'_2 , se traza una paralela a F_3 en su mismo sentido. Se toma la longitud de F_3 y se transporta a la construcción, obteniéndose el punto F'_3 :



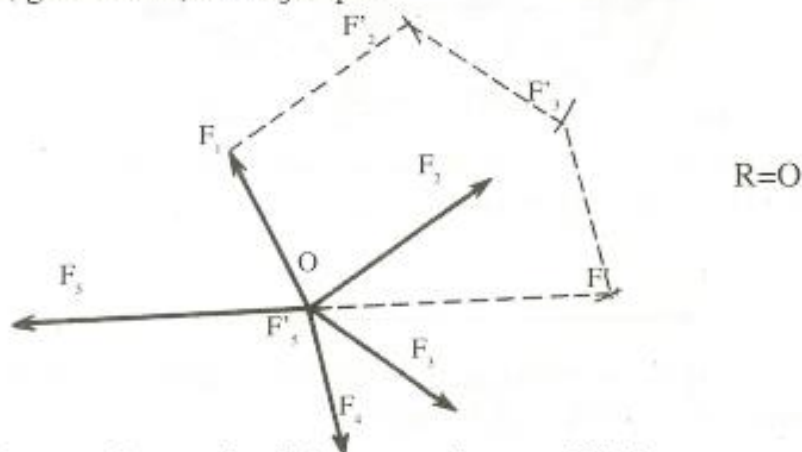
A partir del punto F'_3 se repite el procedimiento anterior para hallar el punto F'_4 :



Una vez que se han transportado todos los vectores que forman el sistema, se cierra el **polígono** uniendo el último punto hallado (F'_4) con el punto de aplicación (O):



En el caso de que el último punto hallado al componer un sistema de varias fuerzas **coincida** con el punto de aplicación, la resultante es **nula** (igual a cero). Por ejemplo:

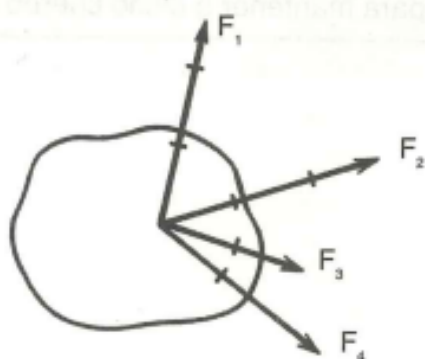


Esto sucede cuando el sistema está en **equilibrio**.

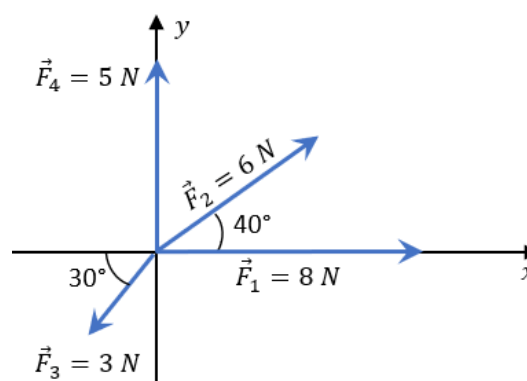
Actividades

- 1) Calcular la Resultante de los siguientes sistemas:
 - a- $F_1 = 30 \text{ kgf}$, $F_2 = 45 \text{ kgf}$, $F_3 = 50 \text{ kgf}$, ángulo 1,2- $\alpha = 90^\circ$, ángulo 2,3- $\alpha = 30^\circ$.
 - b- $F_1 = 300 \text{ N}$, $F_2 = 500 \text{ N}$ y $F_3 = 650 \text{ N}$, ángulo 1,2- $\alpha = 45^\circ$, ángulo 1,3- $\alpha = 60^\circ$.
 - c- $F_1 = 60 \text{ kgf}$, $F_2 = 450 \text{ N}$ y $F_3 = 350 \text{ N}$, ángulo 1,3- $\alpha = 90^\circ$, ángulo 2,3- $\alpha = 50^\circ$.
 - d- $F_1 = 300 \text{ N}$, $F_2 = 50 \text{ kgf}$ y $F_3 = 65 \text{ kgf}$, ángulo 1,2- $\alpha = 120^\circ$ y ángulo 2,3- $\alpha = 30^\circ$.
- 2) Halle la resultante de los siguientes sistemas de fuerzas concurrentes por el método del polígono:

A



B

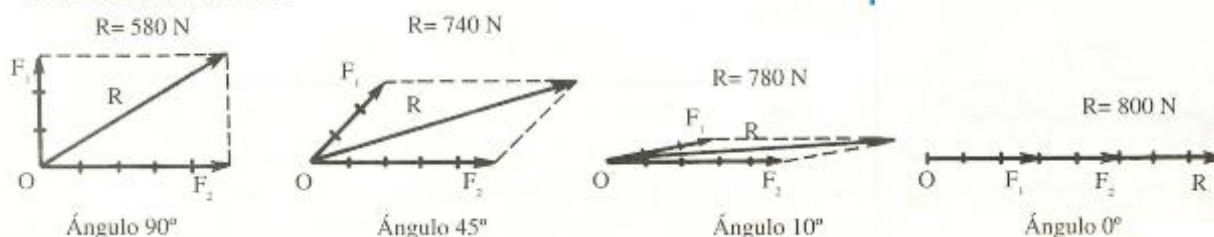


- 3) Hallar gráficamente la R de un sistema de fuerzas concurrentes formados por:
 $F_1 = 20 \text{ N}$; $F_2 = 40 \text{ N}$ y $F_3 = 30 \text{ N}$. Los ángulos son $\alpha_{1-2} = 45^\circ$ y $\alpha_{2-3} = 135^\circ$.
- 4) Tres fuerzas de 20 N tienen el mismo punto de aplicación y forman, cada una con la que le sigue, un ángulo de 120° , represente gráficamente y halle su resultante.
- 5) Hallar gráficamente la R del siguiente sistema de fuerzas concurrentes formados por: $F_A = 20 \text{ N}$; $F_B = 30 \text{ N}$ y $F_C = 20 \text{ N}$. Sus ángulos de separación son $F_{A-B} = 60^\circ$ y $F_{A-C} = 90^\circ$

Resultante de un sistema de fuerzas colineales

a) De igual sentido:

Consideremos el caso de dos fuerzas, F_1 y F_2 , de 300 y 500 N , respectivamente, que tienen el mismo punto de aplicación (O) y observemos la influencia que tienen las direcciones de dichas fuerzas sobre el valor de la resultante R:



Es evidente que, a medida que va disminuyendo el ángulo que forman entre sí las fuerzas F_1 y F_2 , se incrementa el valor de la resultante R. Cuando el ángulo es 0° , el paralelogramo se reduce a un segmento, las fuerzas F_1 y F_2 se superponen, tienen el mismo sentido y la resultante R es igual a la suma de dichas fuerzas.

Entonces:

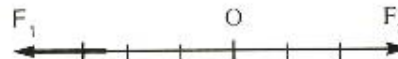
La resultante de dos o más fuerzas colineales de igual sentido, es otra fuerza de igual sentido, que actúa sobre la misma recta de acción y cuya intensidad es igual a la suma de las intensidades de las fuerzas componentes.

b) De sentido contrario:

Observemos la siguiente situación:



Los dos niños pretenden el mismo juguete; uno realiza una fuerza de 120 N y el otro de 100 N, en la misma dirección y con sentido contrario:



La intensidad de la resultante es la diferencia entre las dos fuerzas y su sentido coincide con el de la mayor.

Luego, en este ejemplo, gana el niño de la izquierda.

En consecuencia:

La RESULTANTE de dos fuerzas colineales de sentido contrario, es otra fuerza que actúa sobre la misma recta de acción, del mismo sentido que la mayor y cuya intensidad es la diferencia entre las intensidades de las fuerzas componentes.

Cuando sobre una misma recta actúan varias fuerzas, la resultante se obtiene efectuando la suma algebraica de las componentes. Así, por ejemplo:



Fuerzas colineales de sentido contrario.



$$R = (F_1 + F_2 + F_3) - (F_4 + F_5)$$

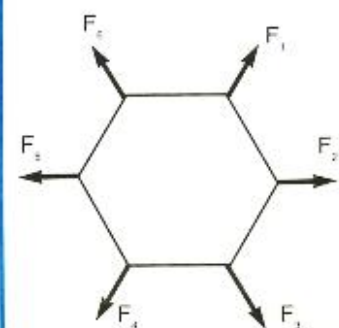
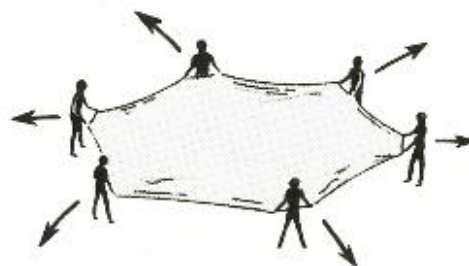
$$R = (200N + 400N + 600N) - (200N + 400N)$$

$$R = 600N$$

Si un cuerpo está sometido a la acción de dos fuerzas colineales de sentido opuesto e igual intensidad, la **resultante es nula** ($R = 0$). Entonces, el sistema está en **equilibrio**.

Condición general de equilibrio

A modo de ejemplo, veamos el caso de una red tendida por los bomberos:



Sistema en equilibrio

Las fuerzas concurrentes que aplican los bomberos se contrarrestan y, por lo tanto, la red no se desplaza. **La resultante es nula y el sistema está en equilibrio.**

Consideremos el caso de un chico que quiere abrir una puerta y otro que quiere cerrarla:



Ambos chicos empujan con fuerzas colineales de igual intensidad pero de sentido contrario y entonces la puerta no se mueve. **La resultante es nula y el sistema está en equilibrio.**

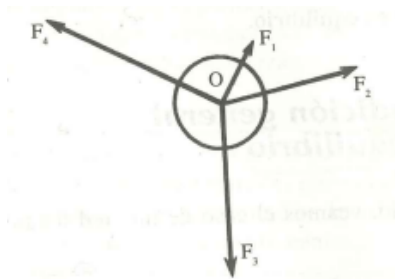
A partir de estos ejemplos, se deduce la **condición general de equilibrio**:

Un cuerpo, sometido a la acción de un sistema de fuerzas, está en equilibrio cuando la resultante de las fuerzas componentes es nula ($R=0$).

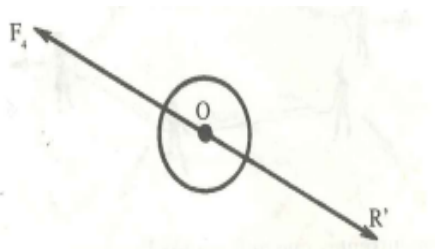


El "surfista" logra el equilibrio con esfuerzo.

En el caso de un cuerpo en equilibrio sobre el cual actúan varias fuerzas concurrentes:



Si sustituimos las fuerzas F_1 , F_2 y F_3 por su resultante (R'), el sistema queda reducido a F_4 y R' .



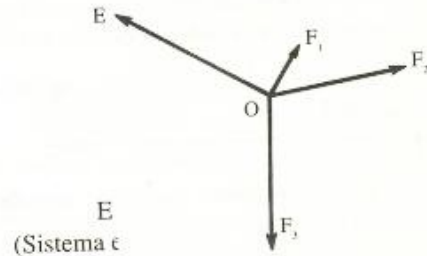
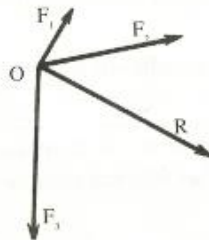
La resultante R' actúa sobre la misma recta de acción, tiene igual intensidad y sentido contrario que F_4 , por lo cual el cuerpo permanece en equilibrio.

De este ejemplo se puede deducir que. En un cuerpo en equilibrio, cada fuerza es igual y de sentido contrario a la resultante de las demás.

Equilibrante

En ciertas ocasiones, cuando la intensidad de la resultante es diferente de cero, es necesario que el sistema de fuerzas quede en equilibrio. Para ello, se agrega al sistema una fuerza igual y de sentido contrario que dicha resultante. A esa fuerza que se agrega se le da el nombre de **equilibrante** (E), en alusión a la función que cumple.

Así, por ejemplo:



La **equilibrante** es una fuerza que tiene la misma dirección, igual intensidad y sentido contrario al de la resultante.

PRINCIPIOS FUNDAMENTALES DE ESTÁTICA

Los **principios fundamentales** del equilibrio estático son:

- 1) Una fuerza única aplicada a un cuerpo no puede producir equilibrio.
- 2) Dos fuerzas de igual intensidad y de sentido contrario que actúan sobre la misma recta de acción se equilibran.
- 3) En un cuerpo en equilibrio, cada fuerza es igual y de sentido contrario a la resultante de todas las demás.

Actividades:

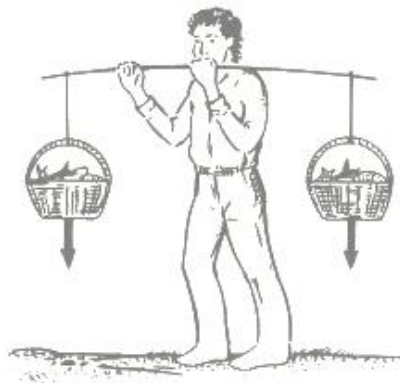
- 1) Hallar gráfica y analíticamente la R y E de un sistema de fuerza colineal formados por $F_1 = 30\text{N}$ y $F_2 = 40\text{N}$ sabiendo que tienen distinto sentido.
- 2) Hallar gráfica y analíticamente la R y E de un sistema de fuerza colineal formado por: $F_1 = 5\text{kgf}$, $F_2 = 10\text{kgf}$ y $F_3 = 15\text{kgf}$ sabiendo que F_1 y F_3 tienen igual sentido y la tercera es de sentido contrario.
- 3) Hallar gráfica y analíticamente la R y E de un sistema de fuerza colineal formado por: $F_1 = 16\text{N}$, $F_2 = 8\text{N}$ y $F_3 = 24\text{N}$ sabiendo que F_1 y F_2 tienen igual sentido y la tercera es de sentido contrario.
- 4) Hallar gráficamente y analíticamente la R y E de un sistema de fuerzas colineales formado por $F_1 = 9\text{kgf}$ y $F_2 = 147\text{N}$, sabiendo que tiene distinto sentido.
- 5) Un grupo de chicos están jugando una cinchada (tirar de una soga). Se dividen en dos equipos. El equipo A, tira hacia la izquierda, y está formado por Fernando, que hace una fuerza de 200N , Maximiliano, que hace una fuerza de 300N y Jonathan, que hace una fuerza de 250N . El equipo B tira hacia el lado contrario, y está formado por Daniel, que hace una fuerza de 300N , Tomás, que hace una fuerza de 350N y Joaquín, que hace una fuerza de 250N . ¿Qué equipo ganará la cinchada?, ¿con qué fuerza empujará al otro equipo?
- 6) 5 cajones están apoyados sobre una mesa, uno sobre el otro, teniendo los siguientes pesos: 25kgf , 10kgf , 30kgf , 15kgf y 40kgf . ¿Qué fuerza están

ejerciendo sobre la mesa? Representar la situación y el sentido que actúan las fuerzas.

- 7) Para mover un cuerpo, se le ata una cuerda y tres personas tiran de ella, ejerciendo fuerza de 60N, 70N y 75N. ¿Cuál es la resultante del sistema? (Resuelve analíticamente y gráficamente).
- 8) El balde con agua de un aljibe pesa 18kgf y la fuerza desarrollada por la soga que lo sostiene es de 21kgf. Mediante un gráfico determinar que está ocurriendo con el balde.

Resultante de un sistema de fuerzas paralelas de igual sentido

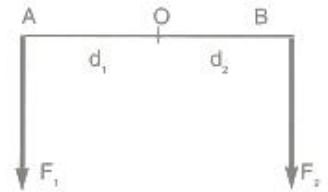
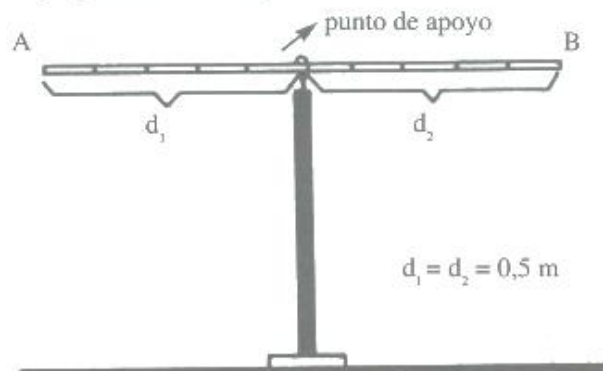
Veamos el siguiente caso:



Los pesos de las cestas constituyen un sistema de dos fuerzas paralelas de igual sentido, aplicadas a la barra. Ésta permanece en reposo (no cae ni gira) porque el sistema de fuerzas está anulado por la reacción que efectúa el hombro de la persona. Para que la reacción anule la acción del sistema de fuerzas, debe ser igual y opuesta a la resultante de dicho sistema.

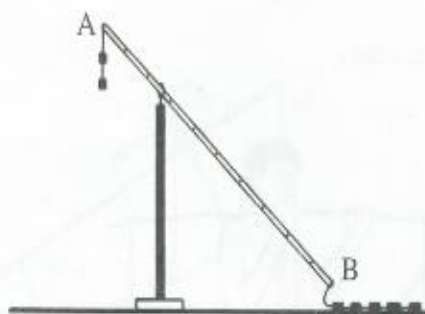
Con el propósito de hallar la resultante de un sistema de dos fuerzas paralelas de igual sentido, se puede realizar una experiencia similar al caso anterior:

- Una barra rígida de un metro de largo se apoya en su punto medio sobre un soporte que le permite girar libremente, de modo que permanezca en equilibrio.

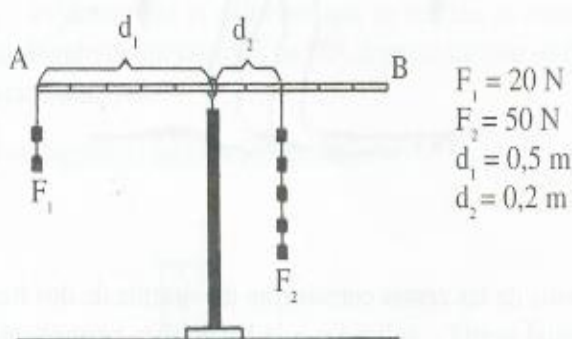


El niño, mediante sus brazos, aplica dos fuerzas paralelas de igual sentido para sostener el pescado.

- Si en el extremo A colgamos dos pesas de 10 N (F_1) y en el extremo B cinco pesas de 10 N (F_2) el equilibrio se rompe.



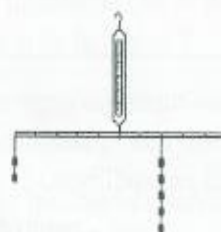
- Para restablecer el equilibrio, las cinco pesas de 10 N deben ser colocadas más cerca del punto de apoyo (a 0,2 m):



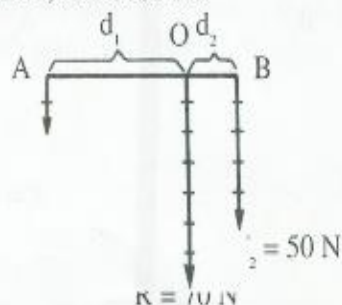
La **intensidad de la equilibrante** es igual a la suma de las intensidades de las componentes.

La barra está en reposo porque la acción de las pesas (fuerzas paralelas de igual sentido) está contrarrestada por la reacción del soporte. Dicha reacción constituye la fuerza **equilibrante**.

- Luego, para hallar el valor de la equilibrante, se quita el soporte y se cuelga la barra (por su centro) de un dinamómetro y se observa que indica una intensidad de 70 N (suma de F_1 y F_2):



- Como la equilibrante tiene igual intensidad y sentido contrario al de la **resultante**, ésta debe ser:



La **resultante** es paralela y del mismo sentido que las componentes.

Como resultado de diversas experiencias, se ha llegado a la conclusión de que:

La resultante de un sistema de dos fuerzas paralelas de igual sentido reúne las siguientes características:

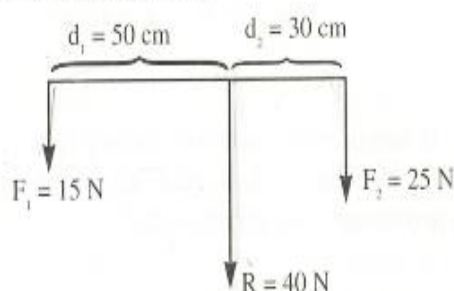
- Es paralela y del mismo sentido que las fuerzas componentes.
- Su intensidad es igual a la suma de las intensidades de las fuerzas que reemplaza.
- Está aplicada entre las dos fuerzas y más cerca de la mayor.

¿Cómo se determina el punto de aplicación?

Para determinar el punto preciso donde se aplica la resultante de un sistema de dos fuerzas paralelas de igual sentido, se puede utilizar un procedimiento matemático o un método gráfico.

a) Procedimiento matemático:

Observemos el siguiente caso:



De la observación de este ejemplo podemos comprobar que:

$$F_1 \cdot d_1 = 15\text{ N} \cdot 50\text{ cm} = 750\text{ N} \cdot \text{cm} \text{ y } F_2 \cdot d_2 = 25\text{ N} \cdot 30\text{ cm} = 750\text{ N} \cdot \text{cm}$$

de donde deducimos que:

$$F_1 \cdot d_1 = F_2 \cdot d_2 \quad (1)$$

Experiencias realizadas repetidas veces y con fuerzas de diferente intensidad permitieron comprobar que dicha relación siempre se cumple cuando el sistema está en equilibrio.

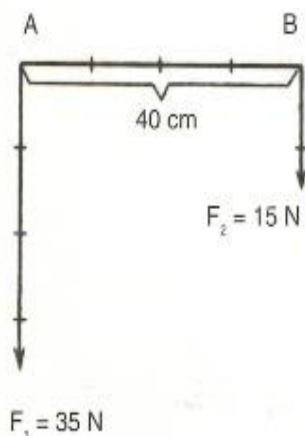
De la igualdad (1), por trasposición de términos, se obtiene:

$$\frac{F_1}{d_1} = \frac{F_2}{d_2}$$

Teniendo en cuenta que “la suma de los antecedentes es a la suma de los consecuentes como cada antecedente es a su consecuente”, resulta:

La distancia desde el punto de aplicación de la resultante a cada una de las fuerzas componentes es inversamente proporcional a las intensidades de éstas.

El matemático y físico flamenco **Simón Stevin** (1548-1620) se dedicó a resolver problemas de Mecánica.



$$\frac{F_1}{d_2} = \frac{F_2}{d_1} = \frac{F_1 + F_2}{d_2 + d_1}$$

Como la suma $F_1 + F_2$ es igual a la intensidad de la resultante (R) y la suma $d_2 + d_1$ equivale al segmento (d) determinado por los puntos de aplicación de las fuerzas componentes, se obtiene la siguiente relación, conocida con el nombre de **Relación de Stevin**:

$$\frac{F_1}{d_2} = \frac{F_2}{d_1} = \frac{R}{d}$$

A partir de esta relación es posible determinar la posición del punto de aplicación en diversos casos, tales como:

- Un cuerpo está sometido a la acción de dos fuerzas paralelas de igual sentido, $F_1 = 35\text{ N}$ y $F_2 = 15\text{ N}$, ubicadas a 40 cm una de la otra. Calcular a qué distancia de la fuerza mayor se encuentra el punto de aplicación de la resultante.

Datos:

$$F_1 = 35\text{ N} \quad F_2 = 15\text{ N} \quad R = 50\text{ N} \quad d = 40\text{ cm}$$

Solución:

Como F_1 es la fuerza mayor debemos hallar el valor de d_1 . Por eso, de los tres términos de la relación de Stevin, elegimos el par que nos permite resolver el problema:

$$\frac{F_2}{d_1} = \frac{R}{d} \text{ de donde } d_1 = \frac{F_2 \cdot d}{R} =$$

$$d_1 = \frac{15\text{ N} \cdot 40\text{ cm}}{50\text{ N}} = 28\text{ cm}$$

$$R = 12\text{ cm.}$$

La relación de Stevin también permite resolver analíticamente otros problemas referidos a sistemas de fuerzas paralelas de igual sentido, como, por ejemplo:

- De los extremos de una barra se suspenden dos cuerpos que pesan 40 kg y 50 kg , respectivamente, y el equilibrio se logra cuando la barra se apoya a $1,2\text{ m}$ de la fuerza mayor. ¿Cuál es la longitud de la barra?:

Datos:

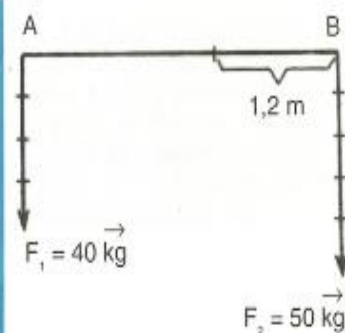
$$F_1 = 40 \text{ kg} \quad F_2 = 50 \text{ kg} \quad R = 90 \text{ kg} \quad d_2 = 1,2 \text{ m}$$

Como la longitud de la barra corresponde a d , ésta es nuestra incógnita. Por lo tanto, de la relación de Stevin tomamos el siguiente par:

$$\frac{F_1}{d_2} = \frac{R}{d} \quad \text{de donde} \quad d = \frac{R \cdot d_2}{F_1} =$$

$$d = \frac{90 \text{ kg} \cdot 1,2 \text{ m}}{40 \text{ kg}} = 2,7 \text{ m}$$

$$R = 2,7 \text{ m}$$



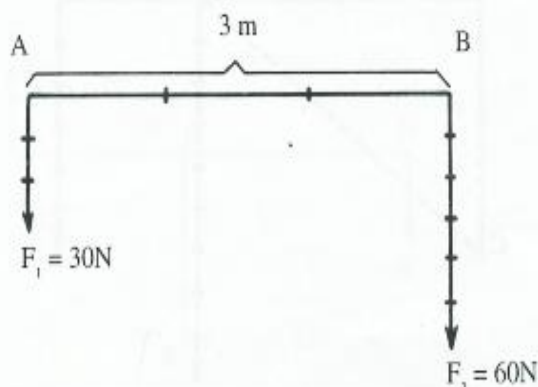
b) Método gráfico:

La ubicación del punto de aplicación de la resultante de dos fuerzas paralelas de igual sentido se puede determinar gráficamente del modo que explicamos con el siguiente ejemplo:

— En un sistema de dos fuerzas paralelas, $F_1 = 30 \text{ N}$ y $F_2 = 60 \text{ N}$, separadas entre sí por una distancia de 3 m , ¿dónde se halla el punto de aplicación?:

1) Representar el sistema de fuerzas de acuerdo con las siguientes escalas:

- para las fuerzas: $0,5 \text{ cm} = 10 \text{ N}$
- para las longitudes: $1 \text{ cm} = 0,5 \text{ m}$

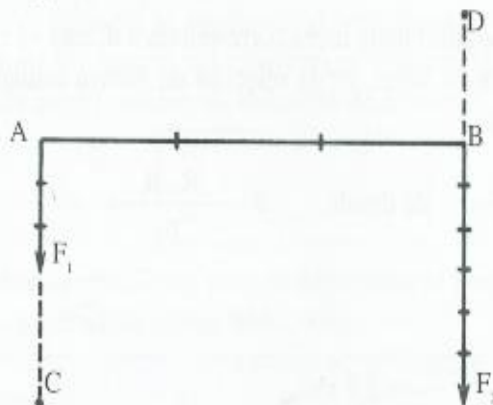


Cuando se comparan los valores obtenidos con un método gráfico y otro matemático, se observan diferencias debidas a la construcción gráfica.

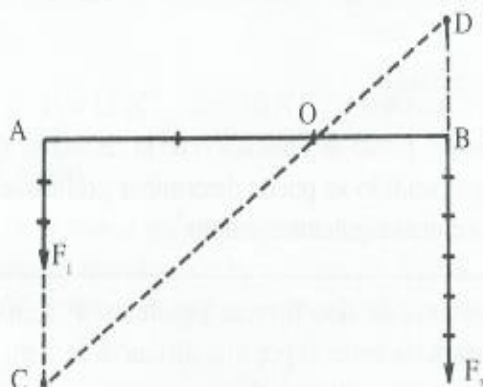
El punto de aplicación de la **resultante** de dos fuerzas paralelas de igual sentido se encuentra entre las componentes y más cerca de la mayor.

- 2) Prolongar el vector F_1 (menor intensidad) hasta que su longitud sea igual a F_2 .

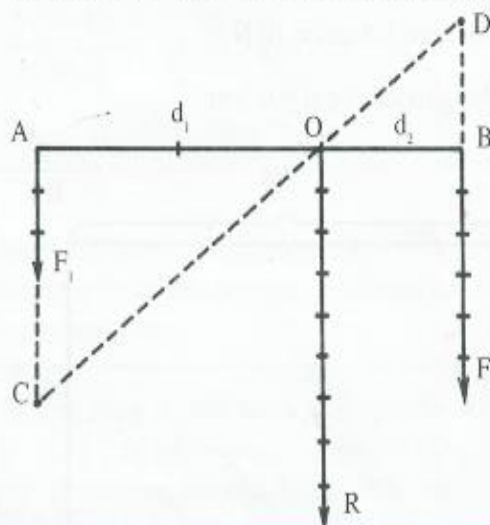
Luego, trasladar un segmento igual a F_1 sobre la recta de acción de F_2 y en sentido contrario.



- 3) Unir mediante una recta los puntos C y D. Dicha recta corta al segmento AB en el punto O que corresponde al punto de aplicación de la resultante:



- 4) Completar la representación trazando la resultante (Paralela y de igual sentido que las fuerzas componentes. Intensidad igual a la suma de las intensidades de las dos fuerzas):



Como los triángulos ACO y OBD son semejantes se cumple:

$$AC \cdot OB = BD \cdot AO$$

lo cual equivale a:

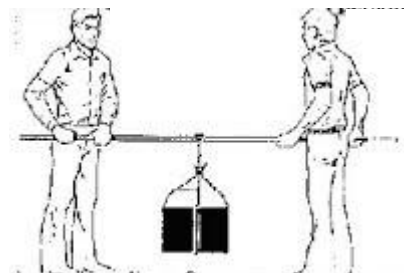
$$F_2 \cdot d_2 = F_1 \cdot d_1$$

En consecuencia, se verifica que la posición del punto de aplicación (O) es correcta.

Actividades:

- 1) Graficar los siguientes sistemas de fuerzas paralelas de igual sentido e indicar:
 - a) Escala utilizada.
 - b) Obtener la resultante por el método gráfico conocido. Marcar y medir las distancias d_1 y d_2 obtenidas.
 - c) Calcular las distancias d_1 y d_2 por el método analítico conocido.
 - 1) 8N y 12N separadas 8cm.
 - 2) 25N y 15N separadas 10cm.
 - 3) 4N y 6N separadas 8cm.
 - 4) 10N y 14N separadas 6cm.
 - 5) 20N y 30N separadas 15cm.
 - 6) 3N y 9N separadas 6cm.
- 2) Dos fuerzas paralelas del mismo sentido de 90 N y 65 N están separadas 2,5 m.
 - a) Halla gráficamente y analíticamente la resultante del sistema.
 - b) ¿A qué distancia de cada fuerza actúa la resultante?
- 3) Halle gráficamente la resultante de un sistema formado por dos fuerzas paralelas, de igual sentido, de 49N y 7kgf, situada a 5cm una de la otra.
- 4) Hallar por método gráfico las fuerzas resultante y equilibrante de un sistema de dos fuerzas paralelas de igual sentido, cuyas características son: $F_1 = 25,510\text{kgf}$ y $F_2 = 100\text{ N}$, separadas 4 cm. Medir distancias obtenidas d_1 y d_2 . Expresar los valores de fuerza en la unidad internacional; indicar escala utilizada; aplicar relación de Stevin para el cálculo de d_1 y d_2 .

- 5) Dos personas transportan un cuerpo de 300N suspendido de una barra de 4,80 m de longitud (ver la figura). Si el cuerpo se ubica a 120 cm de la persona que va delante ¿Qué fuerza realiza cada persona?

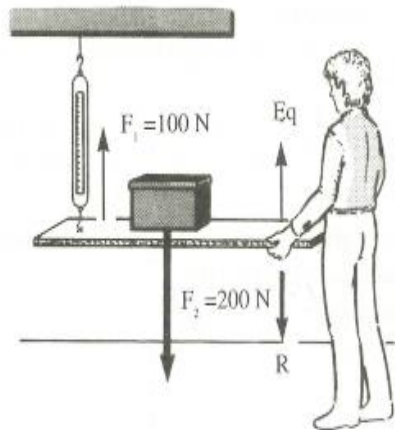


- 6) Sobre una barra de 4,5 m de longitud, se ejercen fuerzas paralelas de igual sentido, si la resultante del sistema es hacia arriba y de 450 N y la fuerza

menor es de 250 N ¿Cuál es la intensidad de la otra fuerza? ¿A qué distancia de la resultante se encuentra cada fuerza?

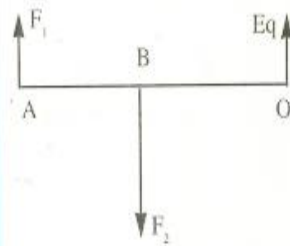
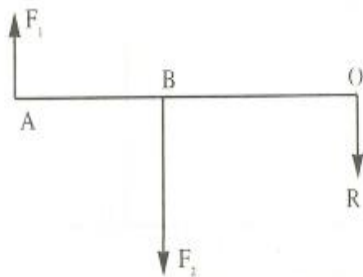
Resultante de un sistema de fuerzas paralelas de sentido contrario

Consideremos el siguiente ejemplo:



Las fuerzas F_1 y F_2 son paralelas y de sentido contrario. El equilibrio se logra cuando el hombre realiza en el extremo del tablón una cierta fuerza que se denomina **equilibrante (Eq)**. La intensidad de ésta es igual a la diferencia de las intensidades de F_1 y F_2 .

Teniendo en cuenta que la equilibrante tiene igual intensidad y sentido contrario al de la **resultante**, el sistema se puede representar así:



En consecuencia:

La resultante de un sistema de dos fuerzas paralelas de sentido contrario tiene las siguientes características:

- Es paralela a las fuerzas componentes y con el mismo sentido que la mayor.
- Su intensidad es igual a la diferencia de las intensidades de las fuerzas que reemplaza.
- El punto de aplicación está situado fuera del segmento determinado por los puntos de aplicación de las fuerzas componentes y del lado de la mayor.

Para hallar la resultante de un sistema de dos fuerzas paralelas de sentido contrario se puede utilizar la relación de Stevin o un método gráfico:

Relación de Stevin

$$\frac{F_1}{d_2} = \frac{F_2}{d_1} = \frac{R}{d}$$

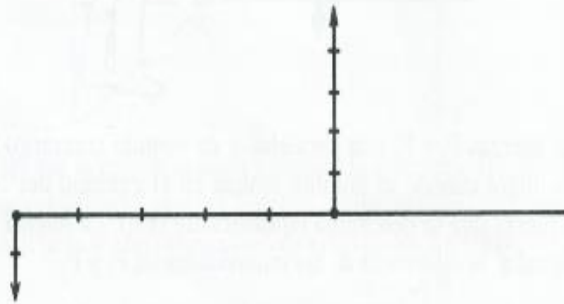
Método gráfico

La resultante de un sistema de dos fuerzas paralelas de sentido contrario se puede determinar por el método gráfico.

A modo de ejemplo, veamos el siguiente caso:

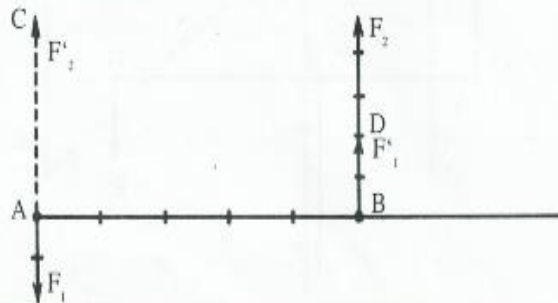
Hallar la resultante de un sistema de dos fuerzas paralelas de sentido opuesto, $F_1 = 20 \text{ N}$ y $F_2 = 50 \text{ N}$, aplicadas a 50 cm una de la otra.

- 1) Representar el sistema de acuerdo con las siguientes escalas:
 - para las fuerzas: $0,5 \text{ cm} = 10 \text{ N}$
 - para las longitudes: $1 \text{ cm} = 10 \text{ cm}$

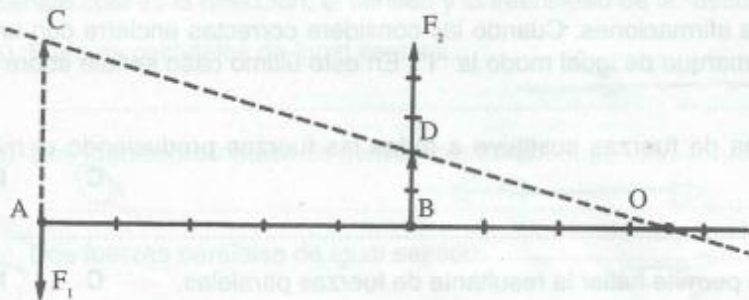


- 2) Trasladar el vector F_1 al punto de aplicación del otro vector invirtiendo su sentido.

Luego, trasladar el vector F_2 al punto de aplicación de F_1 sin cambiar su sentido:

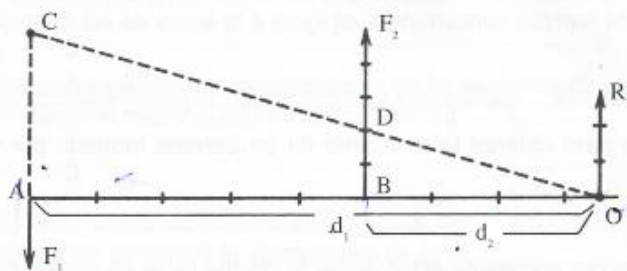


- 3) Trazar una semirrecta que pase por los puntos C y D y que continúe hasta cortar la prolongación del segmento AB. Así, se obtiene el punto O que corresponde al punto de aplicación de la resultante:



La **resultante** de fuerzas paralelas de sentido contrario se ubica fuera del segmento que une las fuerzas componentes y del lado de la mayor.

4) Completar la representación trazando la resultante:



$$R = F_2 - F_1$$

$$d = d_1 - d_2$$

De la semejanza de los triángulos ACO y BDO se deduce:

$$AC \cdot BO = BD \cdot AO$$

lo que equivale a:

$$F_2 \cdot d_2 = F_1 \cdot d_1$$

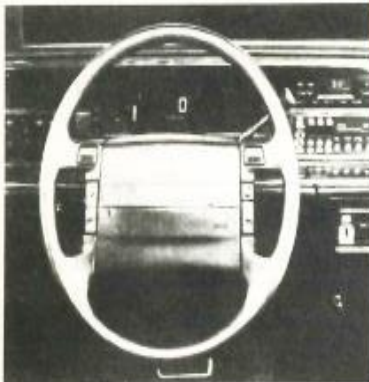
Cuando las componentes de un sistema de dos fuerzas paralelas de sentido opuesto tienen igual intensidad, la **resultante** es nula.

Actividades

- 1) Graficar los siguientes sistemas de fuerzas paralelas de sentido contrario e indicar:
 - a) Escala utilizada.
 - b) Obtener la resultante por el método gráfico conocido. Marcar y medir las distancias d_1 y d_2 obtenidas.
 - c) Calcular las distancias d_1 y d_2 por el método analítico conocido.
 - 1) 6N y 4N separadas 6cm.
 - 2) 5N y 10N separadas 15cm.
 - 3) 7N y 9N separadas 8cm.
 - 4) 12N y 14N separadas 4cm.
 - 5) 2N y 5N separadas 6cm.
 - 6) 6N y 9N separadas 3cm.
- 2) Sobre una barra de 4,8 m de longitud, se ejercen fuerzas paralelas de sentido contrario, si la resultante del sistema es de 750 N, hacia arriba y la fuerza menor es de 300 N ¿Cuál es la intensidad de la otra fuerza? ¿A qué distancia de la resultante se encuentra cada fuerza? Resolver gráfica y analíticamente.
- 3) Dado el siguiente sistema de fuerzas paralelas de distinto sentido, $F_1 = 16\text{kgf}$ y $F_2 = 235\text{N}$, separadas por una distancia de 22m. Calcular la resultante y distancia que hay entre la resultante y cada una de las fuerzas. En forma gráfica y analítica.
- 4) Graficar un sistema de fuerzas paralelas de sentido contrario donde $F_1 = 300\text{N}$ y $F_2 = 700\text{N}$, separadas 5cm. Obtener la resultante por el método gráfico conocido. Calcular las distancias d_1 y d_2 por el método analítico conocido.
- 5) Dado el siguiente sistema de fuerzas paralelas de distinto sentido, $F_1 = 25,51\text{ kgf}$ y $F_2 = 400\text{ N}$, separadas por una distancia de 4 m, determinar la fuerza resultante y sus distancias a las fuerzas componentes, en forma gráfica y analítica.
- 6) La resultante de dos fuerzas paralelas de sentido opuesto tiene una intensidad de 120N. La componente mayor vale 200N y esta aplicada a 1,20m de la resultante. ¿A qué distancia está ubicada la otra fuerza?

Rotación

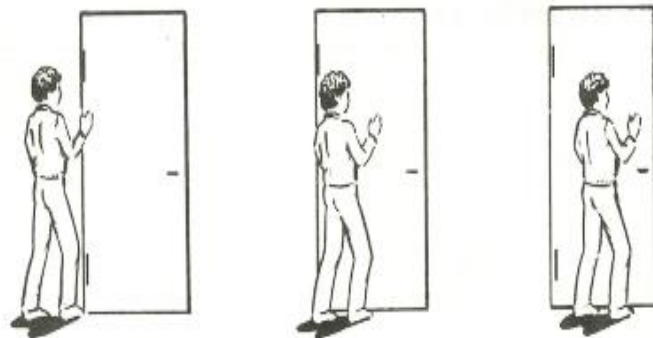
Un cuerpo presenta un **movimiento de rotación** cuando gira alrededor de un eje o de un punto, describiendo una circunferencia. En el estudio de las rotaciones es importante comprender qué es el **momento de una fuerza**.



El volante de un automóvil presenta movimiento de rotación.

Momento de una fuerza

Cuando se pretende abrir una puerta, se aplica una fuerza que la hace girar sobre sus goznes. En esta acción tiene particular influencia el lugar donde se aplica dicha fuerza. Así, si se hace actuar una misma fuerza a diferentes distancias de las bisagras:



Observamos que la puerta se abre con mayor facilidad cuando la fuerza se aplica más lejos de los goznes.

Esto demuestra que el efecto de rotación no sólo depende de la intensidad de la fuerza, sino también de a qué distancia del eje de giro se aplica.

Para hallar la relación que existe entre la intensidad de la fuerza y su distancia al eje de giro, podemos realizar la siguiente experiencia:

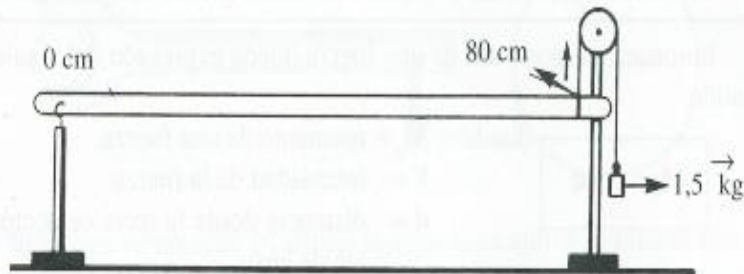
- Se toma una barra de 80 cm de largo y 3 kg de peso. Uno de sus extremos puede girar libremente alrededor de un eje y al otro se le ata un hilo que pasa por la garganta de una polea:



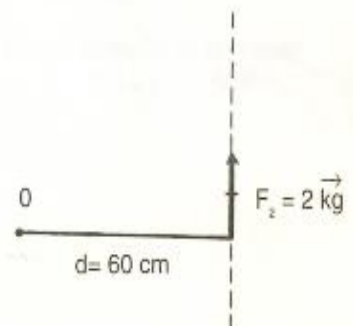
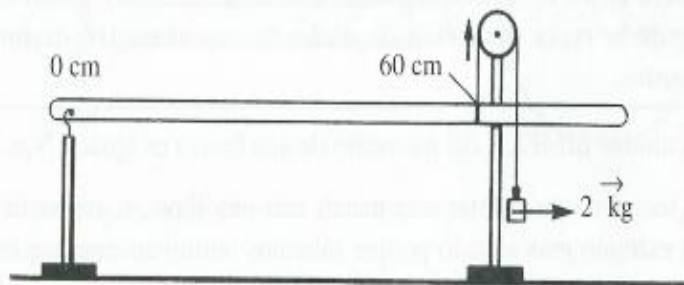
$$1\text{ kg} = 9,8\text{ N}$$

La barra cae por efecto de su peso.

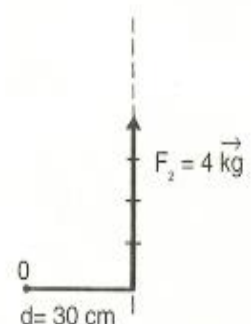
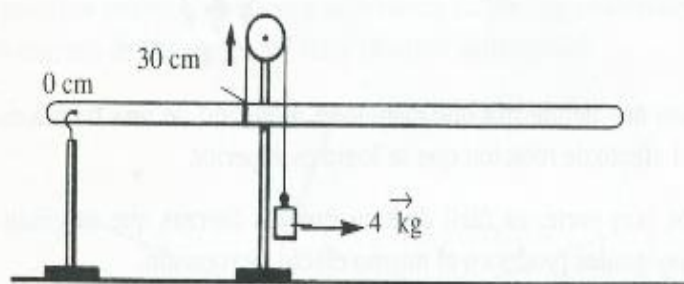
- Para mantener la barra en equilibrio se aplica en el extremo libre del hilo una pesa de $1,5 \vec{kg}$:



- Si, en cambio, la fuerza se aplica a 60 cm, para lograr el equilibrio, debe usarse una pesa de $2 \vec{kg}$:



- Cuando la fuerza actúa a 30 cm, para mantener la barra en equilibrio, dicha fuerza debe tener una intensidad de $4 \vec{kg}$:



- Entonces, verificamos que:

$$80 \text{ cm} \cdot 1,5 \vec{kg} = 60 \text{ cm} \cdot 2 \vec{kg} = 30 \text{ cm} \cdot 4 \vec{kg} = \text{constante} = 120 \vec{kg} \text{ cm}$$

Esta constante se denomina **momento de una fuerza con respecto a un eje de giro o de rotación**.

La menor distancia (d) está dada por la perpendicular a la recta de acción que pasa por el eje de rotación.



Momento de la fuerza (F) con respecto al punto (P).
 $M_F = F \cdot d$

Experiencias similares, permiten establecer que:

Momento de una fuerza con respecto a un eje de rotación, es el producto entre la intensidad de la fuerza y la menor distancia desde la recta de acción de dicha fuerza al eje de giro.

Entonces, el momento de una fuerza queda expresado del siguiente modo:

$$M_F = F \cdot d$$

donde: M_F = momento de una fuerza.

F = intensidad de la fuerza.

d = distancia desde la recta de acción al eje de giro.

Cuando la rotación se cumple alrededor de un punto, llamado **centro de momentos**, y no de un eje de rotación, se establece que:

Momento de una fuerza con respecto a un punto es el producto entre la intensidad de la fuerza y la menor distancia desde la recta de acción de dicha fuerza al centro de momentos.

La unidad SIMELA del momento de una fuerza es igual a **N.m**.

Si tenemos que ajustar una tuerca con una llave, tomamos a ésta por el extremo más alejado porque sabemos intuitivamente que logramos nuestro propósito con mayor facilidad:



Esto nos demuestra que cuando el momento de una fuerza es mayor, el efecto de rotación que se logra es superior.

Por otra parte, es fácil deducir que las fuerzas que originan momentos iguales producen el mismo efecto de rotación.

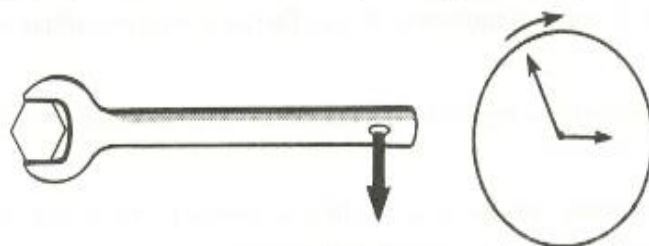
En suma:

El momento de una fuerza es una medida de la capacidad de rotación de un sistema.

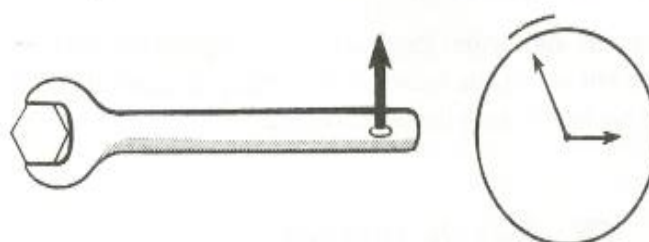
Signo del momento de una fuerza

En el caso de la llave, aplicada a una tuerca podemos observar dos situaciones distintas:

- a) Cuando se desea ajustar la tuerca, la fuerza se aplica de modo que la llave gire en el mismo sentido que las agujas del reloj:



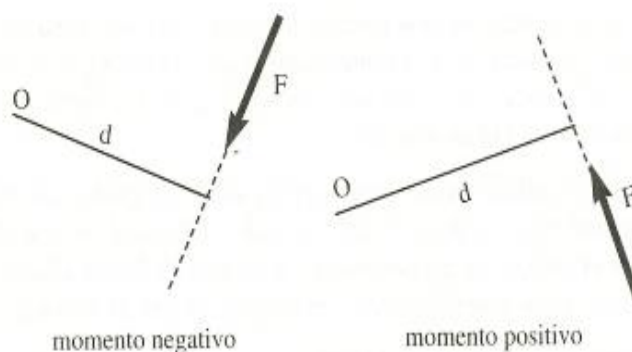
- b) Si lo que se procura es aflojar la tuerca, se aplica la misma fuerza pero de manera que la llave gire en sentido contrario al de las agujas de reloj:



Entonces, aunque el valor del momento es el mismo, los efectos son opuestos.

Para diferenciar estas situaciones, se ha convenido que el **momento de una fuerza** es:

- **negativo** cuando el giro se produce en el mismo sentido que el movimiento de las agujas del reloj (sentido horario).
- **positivo** cuando la rotación se produce en sentido contrario al movimiento de las agujas del reloj (sentido antihorario).

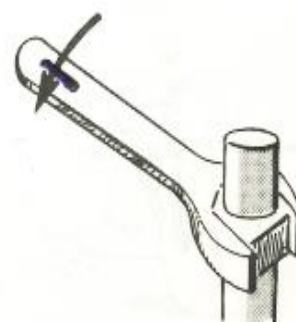


¿Qué clase de magnitud es el momento de una fuerza?

El valor del momento de una fuerza es insuficiente para definir la magnitud. Así, podemos tener dos momentos de igual valor pero uno



Momento negativo



Momento positivo

de signo negativo y el otro positivo, lo cual se manifiesta en el sentido de rotación.

Por lo tanto, el **momento de una fuerza es una magnitud vectorial**.

El **vector** que representa a un momento reúne las siguientes características:

- **Dirección:** perpendicular al plano determinado por la recta de acción de la fuerza y el centro de momentos.
- **Sentido:** Se determina por la regla del paralelogramo explicada al considerar el vector velocidad angular.
- **Módulo:** Es igual a $F \cdot d$.
- **Punto de aplicación:** Puede ser cualquier punto del plano determinado por la recta de acción de la fuerza y el centro de momentos. Por ese motivo se lo llama vector libre.

Par de fuerzas o cupla

Cuando se abre o se cierra una canilla se aplica un sistema de dos fuerzas paralelas de sentido contrario e igual intensidad:



Al accionar la llave, actúan dos fuerzas paralelas de sentido contrario e igual intensidad.

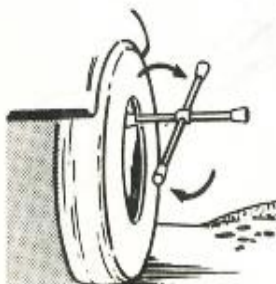


Como se trata de dos fuerzas paralelas, iguales, pero de sentido opuesto, la resultante tiene intensidad igual a cero ($R=0$) o sea que es nula. En consecuencia, no hay traslación, pero las fuerzas aplicadas producen el efecto de rotación.

Casos similares podemos observar cuando se ajustan las tuercas de una rueda con una llave "cruz", al accionar la llave de una puerta, al mover el volante de un automóvil, al utilizar el destornillador, etcétera. Todos estos sistemas reciben el nombre de **par de fuerzas o cupla**.

Entonces, podemos establecer que:

PAR DE FUERZAS o CUPLA es todo sistema de dos fuerzas paralelas de igual intensidad y sentido contrario que se aplica a un cuerpo.



Al ajustar una tuerca con una llave cruz, se aplica una **cupla**.

En todos los casos en que se produce la rotación de un cuerpo se encuentra una cupla que es la responsable de esa rotación.

En algunos casos, como el giro de una puerta, la cupla no es evidente pero existe. Así, cuando se aplica una fuerza para abrir una puerta, ésta transmite dicha fuerza a las bisagras, las cuales reaccionan aplicando a la puerta una fuerza igual y de sentido opuesto:



El momento de una cupla es un vector perpendicular al plano que determinan el par de fuerzas, con el mismo sentido que el de avance de un tornillo que girase por efecto del par y de intensidad igual al producto de una de las fuerzas por la distancia que las separa.

$$M_c = F \cdot d$$

M_c = Momento de una cupla.

F = Intensidad de las fuerzas.

d = Distancia que separa las fuerzas.

Las unidades para el momento de una cupla son $\vec{\text{kg.m}}$ y N.m .



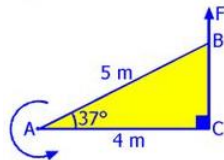
En el destornillador actúa un par de fuerzas.



Por la acción de la **cupla**, gira la llave de paso.

Actividades.

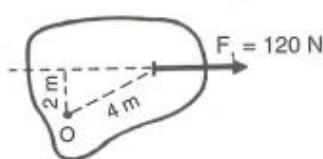
- 1) Calcular el momento:
 - a) Una fuerza de 450N aplicada perpendicularmente a 3cm del punto de rotación.
 - b) Una fuerza de 320N aplicada perpendicularmente a 120cm del punto de rotación.
 - c) Una fuerza de 15kgf aplicada perpendicularmente a 0,02km del punto de rotación.
- 2) Para abrir una puerta un hombre aplica una fuerza de 50N; si la manija de la puerta está ubicada a 75cm de la bisagra; ¿cuál es el momento de fuerza resultante?
- 3) Determinar el momento que produce la fuerza $F = 25 \text{ N}$ respecto del punto A e indica el signo del sentido del giro.



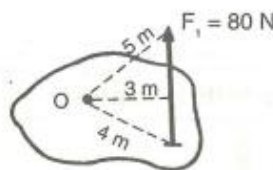
4)

Calcular el momento de la fuerza F_1 con respecto al punto O, en cada uno de los siguientes ejemplos. (Indique el signo correspondiente):

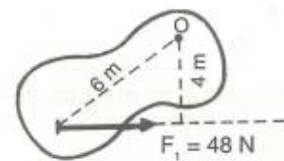
a)



b)



c)



Máquinas simples



En las máquinas que emplean las industrias, es posible encontrar combinaciones de máquinas simples.

Todo dispositivo mecánico sobre el que se ejercen fuerzas (potencia, P) para equilibrar o vencer a otras fuerzas (resistencia, R) y obtener alguna ventaja (ahorro de esfuerzo, comodidad, aumento de velocidad) constituye una **MÁQUINA**. Ésta, para poder operar, debe disponer de elementos de apoyo o de sostén. Cuando dicho elemento es único, se denomina **MÁQUINA SIMPLE**.

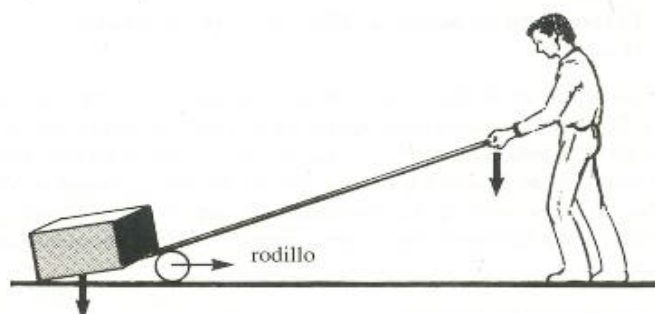
Las palancas, planos inclinados, tornos, poleas, son máquinas simples, inventadas hace miles de años, que siguen siendo de gran utilidad.

En cualquier tipo de máquinas utilizadas en la actualidad existen combinaciones más o menos ingeniosas de máquinas simples. Una máquina de escribir o una motocicleta cuentan con palancas, tornillos, engranajes, etcétera.

Entonces, es necesario conocer las condiciones de equilibrio de dichas máquinas simples para lograr, a través de la acción de pequeñas fuerzas adicionales, el efecto deseado: que una palanca levante un cuerpo, que un plano inclinado facilite el descenso de un objeto, que las poleas giren, etcétera.

¿Qué se entiende por palanca?

Cuando se desea desplazar un cuerpo pesado, para efectuar menos fuerza, se suele operar así:



Este sistema es un ejemplo de **palanca** y en él se puede distinguir:

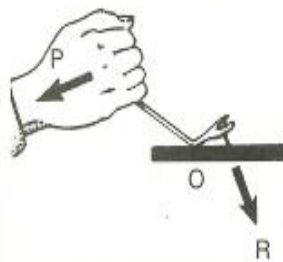
- a) una **barra rígida** que puede girar libremente alrededor de un rodillo. (Punto de apoyo O .)
- b) el peso del cuerpo que se quiere mover y que se denomina **resistencia**.
- c) La fuerza que aplica la persona para mover el cuerpo y que se llama **potencia**.

En consecuencia, podemos establecer que:

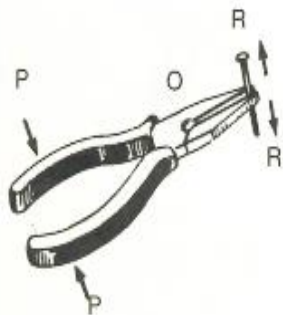
Una **PALANCA** es una barra rígida que puede girar libremente alrededor de un punto de apoyo o de un eje, por la acción de dos fuerzas, la resistencia y la potencia.



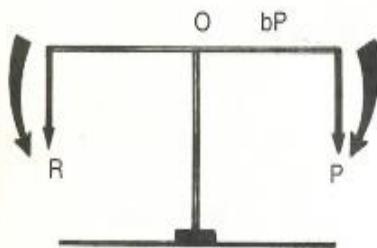
Ejemplos de palancas



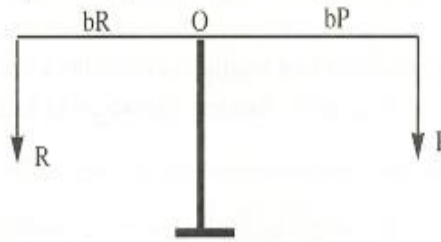
Sacaclavos



Pinza



La palanca puede esquematizarse del siguiente modo:



Los elementos de una palanca son:

- Punto de apoyo (O).
- Resistencia (R) = Fuerza que se quiere vencer.
- Potencia (P) = Fuerza que se aplica.
- Brazo de resistencia (bR) = distancia desde el punto de apoyo a la recta de acción de la resistencia.
- Brazo de potencia (bP) = distancia desde el punto de apoyo a la recta de acción de la potencia.

En una palanca se pueden señalar:

- El **momento de la resistencia** (M_R) con respecto al punto O = $R \cdot bR$.
- El **momento de potencia** (M_P) con respecto al punto O = $P \cdot bP$.

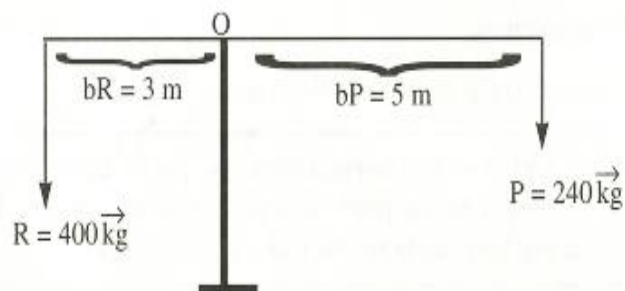
El momento de la resistencia tiende a producir una rotación de la barra en sentido contrario a las agujas de un reloj, mientras que el momento de la potencia trata de efectuar la rotación en el mismo sentido que dichas agujas. Entonces, los dos momentos tienen sentidos opuestos. Para diferenciarlos se ha convenido en asignar signo positivo (+) al momento de la resistencia y signo negativo (-) al momento de la potencia.

En consecuencia, resultan:

$$M_R = R \cdot bR \quad \text{y} \quad M_P = -P \cdot bP$$

Condición de equilibrio de una palanca

Consideremos el siguiente ejemplo de una palanca en equilibrio:



Los momentos de esta palanca son:

$$M_R = R \cdot b_R = 400 \text{ kg} \cdot 3 \text{ m} = 1.200 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

$$M_P = -P \cdot b_P = -(240 \text{ kg} \cdot 5 \text{ m}) = -1.200 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

Luego, el momento de la resistencia es igual y de signo contrario que el momento de la potencia.

En consecuencia:

$$M_R - M_P = 0$$

Esto nos indica que: **cuando una palanca está en equilibrio la suma algebraica de los momentos de la resistencia y de la potencia es nula.**

Teniendo en cuenta que: $M_R - M_P = 0$

Pasando M_P al segundo miembro, resulta: $M_R = M_P$ (1)

Sabiendo que $M_R = R \cdot b_R$ y $M_P = P \cdot b_P$ al reemplazar en (1):

$$R \cdot b_R = P \cdot b_P$$

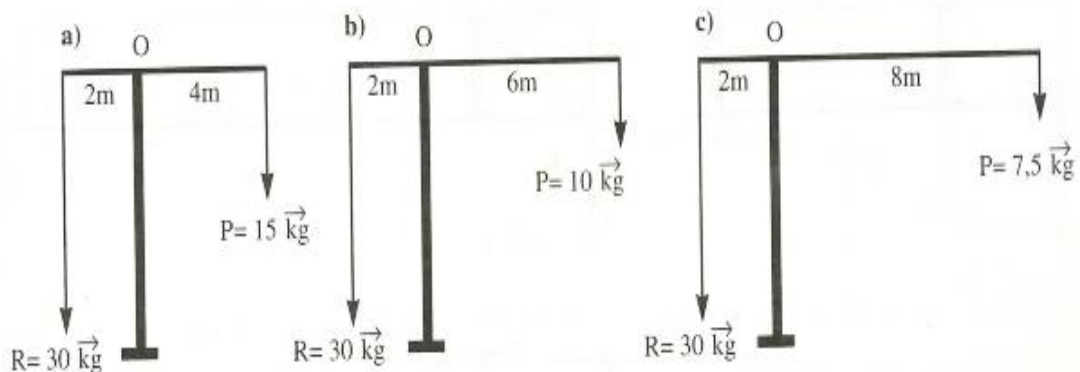
Entonces:

La condición de equilibrio de una palanca es que el producto de la resistencia por su brazo sea igual al producto de la potencia por el suyo.

Una **palanca** está en **equilibrio** cuando el momento de la resistencia es igual y de signo contrario al momento de la potencia.

Multiplicación de una palanca

Observemos los siguientes casos:



En los tres casos se mantiene constante el momento de la resistencia ($R \cdot b_R$) y se incrementa la longitud del brazo de potencia. Entonces, se reduce el valor de la potencia y, por lo tanto, se debe realizar una fuerza menor para mantener el equilibrio de la palanca.

Asimismo, podemos observar:

$$\text{En a)} \quad \frac{b_P}{b_R} = \frac{4 \text{ m}}{2 \text{ m}} = 2 \quad \text{y} \quad R = P \cdot 2$$

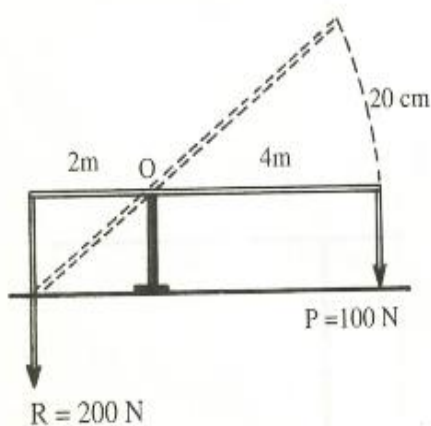
$$\text{En b)} \quad \frac{b_P}{b_R} = \frac{6 \text{ m}}{2 \text{ m}} = 3 \quad \text{y} \quad R = P \cdot 3$$

$$\text{En c)} \quad \frac{b_P}{b_R} = \frac{8 \text{ m}}{2 \text{ m}} = 4 \quad \text{y} \quad R = P \cdot 4$$

Esto demuestra que el cociente $\frac{b_P}{b_R}$ da el valor por el cual hay que multiplicar la potencia para obtener el valor de la resistencia. A la relación $\frac{b_P}{b_R}$ se la denomina **factor de multiplicación**.

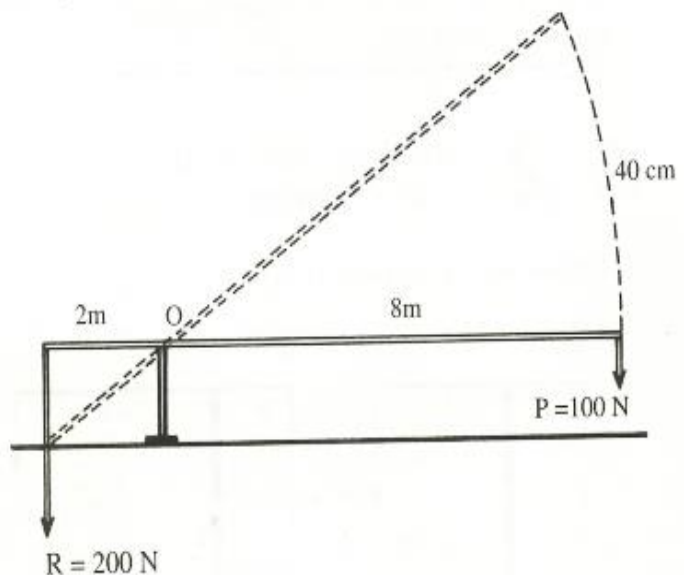
Cuanto mayor es la longitud del brazo de potencia (b_P) menor es la fuerza P que se debe aplicar, pero se incrementa el espacio (e) a recorrer:

a)



$$b_P = 4 \text{ m} \quad P = 100 \text{ N} \quad e = 20 \text{ cm}$$

b)

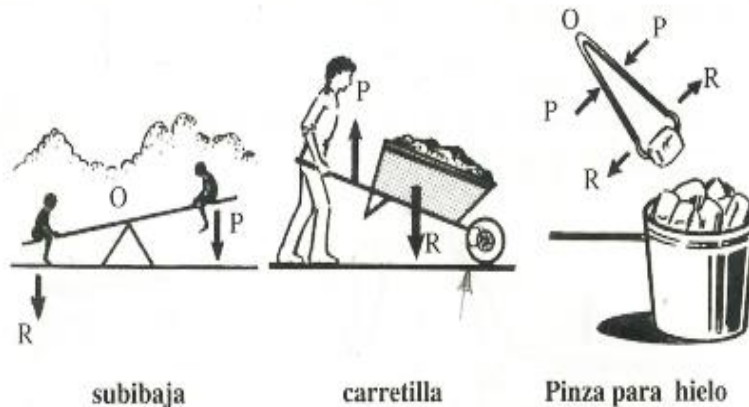


$$b_P = 8 \text{ m} \quad P = 50 \text{ N} \quad e = 40 \text{ cm}$$

Lo que se gana en fuerza, se pierde en espacio recorrido.

Géneros de palanca

Observemos dónde se encuentran ubicados el punto de apoyo, la resistencia y la potencia en las siguientes palancas:



En el subibaja el punto de apoyo se halla entre la resistencia y la potencia.

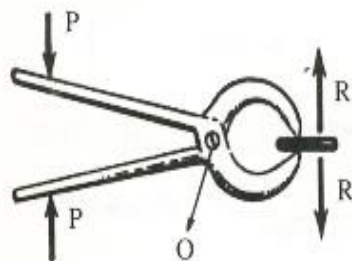
En la carretilla la resistencia se encuentra entre el punto de apoyo y la potencia.

En la pinza para hielo la potencia está ubicada entre el punto de apoyo y la resistencia.

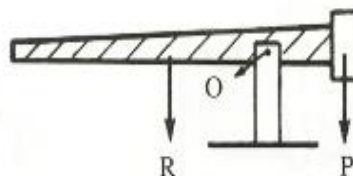
Las diferencias observadas en la ubicación de los tres elementos considerados permite distinguir tres géneros de palancas: primero, segundo y tercero.

1) Palanca de primer género

Una palanca es de primer género cuando el punto de apoyo está ubicado entre la resistencia y la potencia:



Tenaza



Barrera



Balanza

Sabiendo que en el equilibrio de una palanca se cumple:

$R \cdot bR = P \cdot bP$, se deduce:



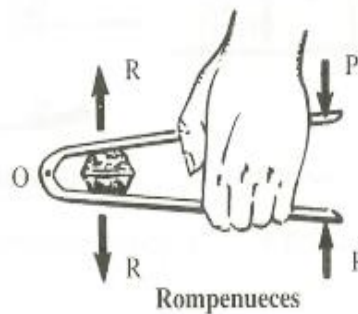
La tijera es una palanca muy utilizada.

Palancas de primer género		
$bP > bR$ $P < R$	$bP = bR$ $P = R$	$bP < bR$ $P > R$

- Cuando el brazo de potencia es mayor que el brazo de resistencia ($bP > bR$), la potencia es menor que la resistencia ($P < R$) y, en consecuencia, se gana fuerza. Por ejemplo: la tenaza.
- Si $bP < bR$ resulta $P > R$. (Se pierde fuerza.) Por ejemplo: la barra.
- Cuando $bP = bR$, es $P = R$, como sucede en la balanza. (No se gana ni se pierde fuerza.)

2) Palancas de segundo género

Una palanca es de segundo género cuando la resistencia se halla entre el punto de apoyo y la potencia:

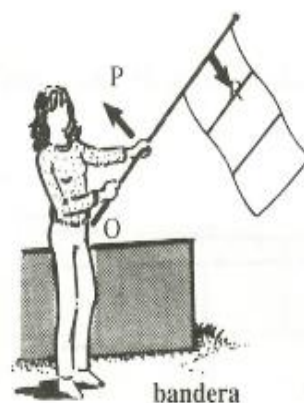


Palancas de segundo género	
$bP > bR$ $P < R$	

Como en las palancas de segundo género el brazo de potencia es siempre mayor que el brazo de resistencia, en todas ellas se gana fuerza.

3) Palancas de tercer género

Cuando la potencia se encuentra entre el punto de apoyo y la resistencia, la palanca es de tercer género.



Palancas de tercer género	
$bP < bR$ $P > R$	

En este género de palancas, el brazo de potencia siempre es menor que el brazo de resistencia y, por lo tanto, la potencia es mayor que la resistencia. Entonces, siempre se pierde fuerza pero se gana en comodidad.

Lectura Complementaria

Correlación con Biología

PALANCAS ÓSEO-MUSCULARES

Los músculos son los encargados de mover los huesos. Bajo los influjos que reciben del sistema nervioso, el gran director y coordinador de todos los movimientos, se producen las contracciones musculares que, al actuar sobre los huesos, realizan los desplazamientos.

En la realización de los movimientos, los huesos actúan como verdaderas palancas y como tales ofrecen a nuestra consideración:

- Un **punto de apoyo (O)**: la articulación alrededor de la cual giran los huesos.
- Una **potencia (P)**: representada por la fuerza que ejercen los músculos encargados de producir el movimiento.
- Una **resistencia (R)**: la fuerza por vencer (peso que hay que levantar, objeto por mover, desplazamiento por realizar, etcétera).

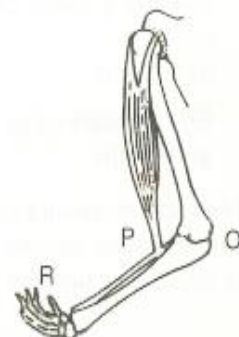
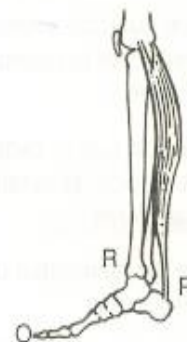
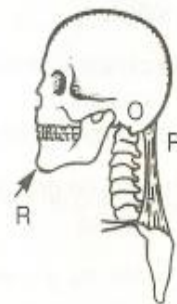
Al examinar los movimientos en particular, encontraremos los tres tipos de palanca:

■ **Palanca de primer género:** Examine la articulación de la cabeza con la columna vertebral. El **punto de apoyo** reside en la primera vértebra o atlas. La **resistencia** la constituye el peso de la cabeza que tiende a caer hacia adelante. La **potencia** es el esfuerzo que realizan los músculos de la nuca para mantener la cabeza erguida o para llevarla hacia atrás.

■ **Palanca de segundo género:** Observe la acción de levantar los pies y examine la articulación de la tibia con el tarso. El **punto de apoyo** reside en los dedos que descansan en el suelo; la **resistencia** es el peso del cuerpo, y la **potencia** necesaria para levantarlo es suministrada por los músculos gemelos situados en la pantorrilla.

■ **Palanca de tercer género:** Examine la articulación del codo que permite la flexión del antebrazo sobre el brazo. El **punto de apoyo** es el codo, la **resistencia** es el peso del antebrazo y la **potencia** está representada por el esfuerzo que realiza el músculo del brazo (bíceps). Al contraerse flexiona el antebrazo y lo lleva sobre el brazo.

(Extractado de Ciencias Físico-Químicas y Naturales, de Alberto E.J. Fesquet, Editorial Kapelusz. Adaptado por el autor).



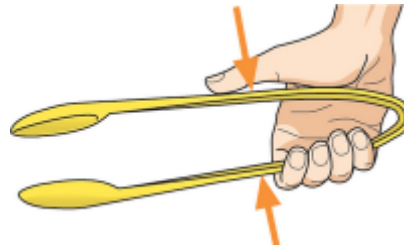
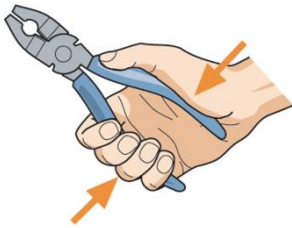
Palanca de tercer género

Actividades:

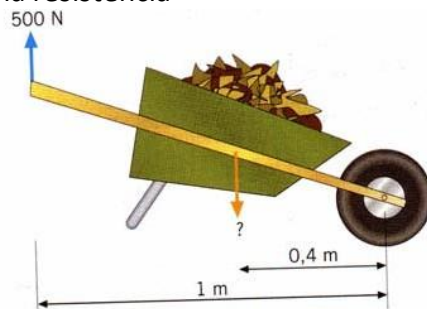
1. ¿Qué tipo de palanca es? Indica los elementos de la misma



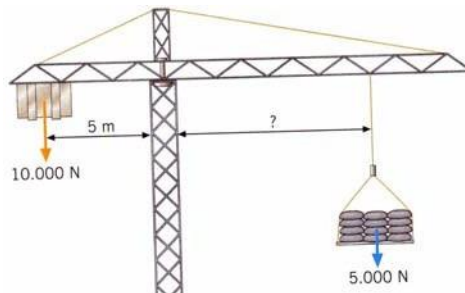
2. Indica en cada uno de los ejemplos, dónde se halla ubicada la potencia, la resistencia y el punto de apoyo.



3. Sobre el siguiente dibujo.
a) Identifica el tipo de palanca del dibujo.
b) Identifica los distintos elementos de una palanca sobre el dibujo
c) Calcula el valor de la resistencia



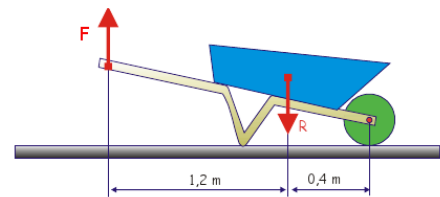
4. Calcula el valor del brazo de resistencia en el siguiente ejemplo referido a una grúa.



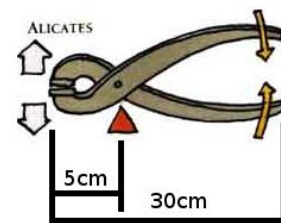
5. Un minero necesita levantar una roca que pesa 400 kgf con una palanca cuyo brazo de potencia mide 3 m, y el de resistencia 70 cm, ¿qué fuerza se necesita aplicar para mover la roca?

6. ¿Qué longitud tiene el brazo de potencia de una carretilla, si al aplicarle una fuerza de 4 N levanta una carga de 20 N de arena y su brazo de resistencia mide 0.20 m?
7. La fuerza que se aplica a unas cizallas es de 20 N, siendo su brazo de potencia de 60 cm. ¿Cuál será la resistencia de una lámina si se encuentra a 20 cm del punto de apoyo?
8. ¿Cuánto pesa la carga de una carretilla de 1,90m de longitud si la misma se encuentra a 70cm del apoyo si se está haciendo una fuerza de 23N?
9. Por medio de una caña de pescar de 2,3 m de longitud se logra sostener un pescado de 6,45 N y para ello se realiza una fuerza de 11,4 N ¿A qué distancia del apoyo se aplica dicha fuerza?
10. Calcular el valor de la fuerza aplicada para equilibrar una palanca de primer género cuyos brazos de potencia y resistencia son, respectivamente 1,5m y 45cm, siendo la resistencia de 96kgf.
11. Un señor emplea una caña de pescar de 2,2m de longitud. ¿Qué fuerza aplica para mantener en equilibrio la pieza lograda si pesa 18 kgf y toma la caña a 1,65m del apoyo? Expresar el resultado en N.
12. Calcular la fuerza necesaria para levantar un cuerpo que pesa 21N si se utiliza una palanca de 3er género de 2,8m de longitud y su brazo de potencia es de 1,4m.

13. Con la carretilla de la figura queremos transportar dos sacos de cemento de 50kgf cada uno. A partir de los datos dados en la figura responder: ¿De qué tipo de palanca se trata? Calcular la fuerza a ejercer para poder transportar los sacos de cemento en carretilla.



14. Con el alicate de la figura queremos cortar un alambre que opone una fuerza a cortarse de 196N. ¿De qué tipo de palanca se trata? Calcular la fuerza que hay que aplicar con la mano en el mango del alicate para poder cortar el alambre.

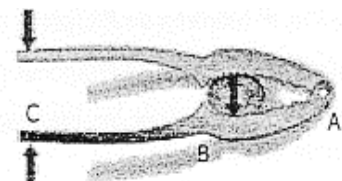


15. Tenemos dos objetos de 12 y 60 N respectivamente, si los situamos en los extremos de una palanca de 5 m de longitud, determina ¿a qué distancia debemos situar el punto de apoyo para que la palanca esté en equilibrio?
16. Por medio de una palanca de 1er género de 2m de longitud se quiere levantar un cuerpo apoyado en un extremo que pesa 700N, ¿Qué fuerza se debe realizar en el otro extremo y a 50cm del apoyo? Si se corre el apoyo a 40cm del extremo ¿Se realiza más o menos fuerza?

17.

Dado el siguiente esquema de un rompenueces:

- A) Colocar los nombres que corresponden en cada caso.
- B) Si se aplica una fuerza de 350grf, ¿Con qué fuerza se rompe la nuez? $AB = 2/3AC$ $AC=15cm$
- C) ¿Qué máquina simple es? Clasifíquela.



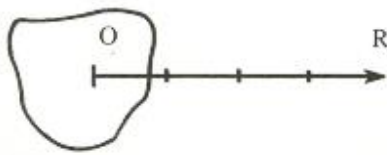
¿Cómo se puede descomponer una fuerza?

En páginas anteriores, se ha visto de qué modo dos o más fuerzas concurrentes se pueden reemplazar por una fuerza única, llamada **resultante**.

Ahora veremos que cualquier fuerza puede descomponerse en dos fuerzas que ejercen la misma acción, denominadas **componentes**.

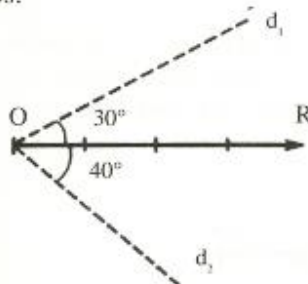
A modo de ejemplo, consideramos el caso de una fuerza (R) de 400 N que actúa sobre un cuerpo:

Escala: 1 cm $\Leftrightarrow$ 100 N



Si a esta fuerza se la quiere sustituir por otras dos, cuyas direcciones formen ángulos, con respecto a R , de 30° y 40° , respectivamente, se procede de la siguiente forma:

- a) Se trazan las direcciones d_1 y d_2 de acuerdo con los ángulos solicitados:



- b) Por el extremo de R se traza una paralela a la dirección d_2 hasta cortar la recta d_1 , obteniéndose el punto A.

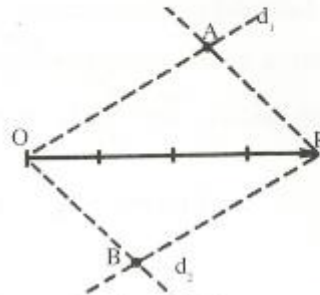


La lámpara es sostenida por dos cables.

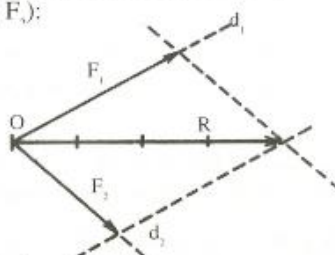


El peso del pintor es soportado por las dos hojas de la escalera.

Luego, se traza otra paralela a la dirección d_1 hasta cortar a la recta d_2 que pasa también por el extremo de R , determinándose el punto B:



De ese modo resulta el paralelogramo OARB, en el cual la diagonal R es la resultante y los lados OA y OB son las fuerzas componentes (F_1 y F_2):



c) Midiendo la longitud de los vectores componentes y aplicando la escala utilizada se obtiene el valor de F_1 y F_2 :

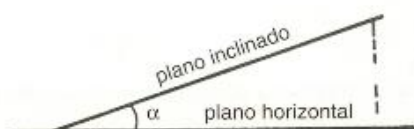
$$F_1 = 2,8 \text{ cm} \times 100 \frac{\text{N}}{\text{cm}} = 280 \text{ N} \quad F_2 = 2,1 \text{ cm} \times 100 \frac{\text{N}}{\text{cm}} = 210 \text{ N}$$

Entonces:

La descomposición de una fuerza consiste en determinar dos fuerzas que sean los lados de un paralelogramo cuya diagonal es la fuerza que se quiere descomponer.

3.6.1. El plano inclinado

Cuando se desea subir un tambor u otra carga a un camión, es frecuente observar el uso de un tablón inclinado para facilitar la tarea. El tablón es un plano inclinado porque forma un cierto ángulo α con respecto a un plano horizontal:



¿Por qué se hace más fuerza para levantar un cuerpo hacia arriba, en dirección vertical, que sobre un plano inclinado?

El cuerpo es atraído hacia la Tierra por la acción de la gravedad (peso). Por ese motivo, para levantar un cuerpo se debe realizar una fuerza de sentido contrario y mayor intensidad que su peso.

Si el cuerpo se encuentra sobre un plano inclinado, a causa de su peso se mantiene apoyado sobre el plano y al soltarlo se pone en movimiento paralelo a ese plano.

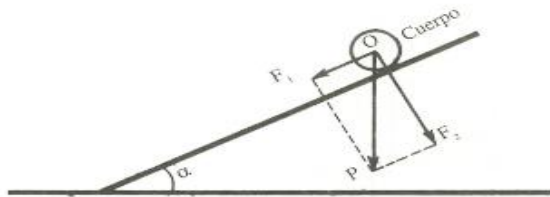
Esto se explica admitiendo que la fuerza debida a su peso (P) se descompone en otras dos:

- a) una fuerza (F_1) en dirección paralela al plano que lo hace deslizar.
- b) otra fuerza (F_2) perpendicular al plano que lo mantiene apoyado al mismo.

Entonces, aplicando la regla del paralelogramo resulta:

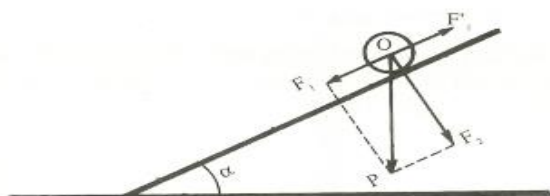


El tobogán es una aplicación del plano inclinado.



Para sostener al cuerpo es suficiente con aplicar una fuerza igual y de sentido contrario a F_1 .

Por otra parte, como F_1 es cateto del triángulo rectángulo F_1PO se verifica que $F_1 < P$. En consecuencia, la fuerza (F_1) necesaria para sostener al cuerpo es menor que su peso (P).



La acción del plano inclinado depende de su ángulo de inclinación α . Así, por ejemplo, si se tienen dos planos inclinados de igual

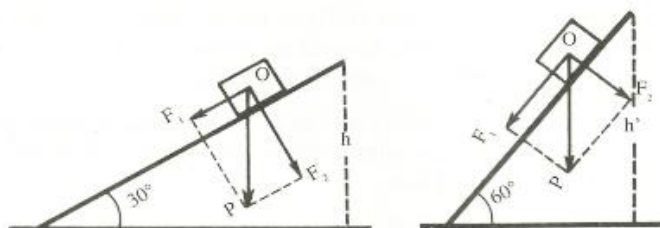


El esquiador se desliza por un plano inclinado.



El automóvil sube por un plano inclinado.

altura, pero con ángulos de inclinación de 30° y 60° , respectivamente, observamos:



Ambos planos inclinados permiten elevar el cuerpo a la misma altura, pero es evidente que el esfuerzo que se realiza es menor con el que tiene un ángulo de inclinación de 30° , a pesar de que se debe recorrer una distancia mayor.

Cuando el ángulo de inclinación es recto:



$$\begin{aligned} F_1 &= P \\ F_2 &= 0 \end{aligned}$$

El plano inclinado se transforma en una pared vertical donde la fuerza F_1 tiene la misma intensidad que el peso del cuerpo porque no se produce la descomposición de la fuerza P .

El otro extremo lo constituye el ángulo de inclinación igual a 0° , en cuyo caso deja de ser un plano inclinado.

Entonces, un plano es inclinado cuando su ángulo de inclinación es mayor que cero y menor que 90° .

El plano inclinado es una **máquina simple** que tiene diversas aplicaciones, tales como facilitar la elevación o el descenso de cuerpos, juegos para niños (tobogán), etcétera.



El plano inclinado tiene variadas aplicaciones en la práctica diaria.

Sus elementos son:

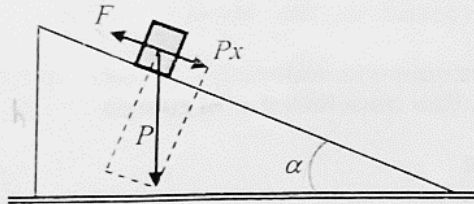
P: peso del cuerpo que se quiere levantar
F: fuerza que hay que hacer para levantarlo
h: altura del plano inclinado
l: largo del plano inclinado, longitud

Su condición de equilibrio es:

$$P \cdot h = F \cdot l$$

También se verifica la siguiente igualdad:

$$F = P \cdot \text{Sen}(\alpha)$$



Actividades:

1. Se realiza una fuerza de 16 kgf para subir un objeto a través de un plano inclinado que forma un ángulo de 30° ¿Cuál es el peso del cuerpo?
2. ¿Cuál es la longitud de un plano inclinado de 1,3m de altura si por medio de él se puede sostener un cuerpo que pesa 45kgf realizando una fuerza de 9kgf?
3. Si por medio de un plano inclinado se puede reducir la fuerza tres veces con respecto al peso ¿Qué relación hay entre la longitud y altura del mismo?
4. Calcular la longitud de un plano inclinado sabiendo que su altura es de 120 cm si por medio de él se puede levantar un cuerpo que pesa 570kgf con una fuerza de 120kgf.
5. Sobre un plano inclinado de 5m de largo hay un barril de 100kgf. Calcular la fuerza necesaria para mantenerlo en equilibrio. Sabiendo que el plano forma un ángulo de 30° con la horizontal.
6. Para subir una carga de 350 kgf se emplea un plano inclinado de 2,5m de longitud y 1,2m de altura. ¿Qué intensidad se precisa para poder conseguirlo y cuál es la inclinación del plano?
7. Se levanta un cuerpo de 980N por un plano inclinado hasta una altura de 5m empleando una fuerza de 490. ¿Cuál es la longitud y ángulo del plano inclinado?
8. Se quiere levantar un cuerpo que 55kgf por medio de un plano inclinado cuya altura es la $\frac{3}{4}$ parte de su longitud. ¿Qué fuerza se debe realizar?
9. Un cuerpo que pesa 450N se ubica sobre un plano inclinado que forma con la horizontal un ángulo de 40° . Calcule que fuerza debe realizarse para mantener a dicho cuerpo en equilibrio.

Material de Lectura.

Cuñas

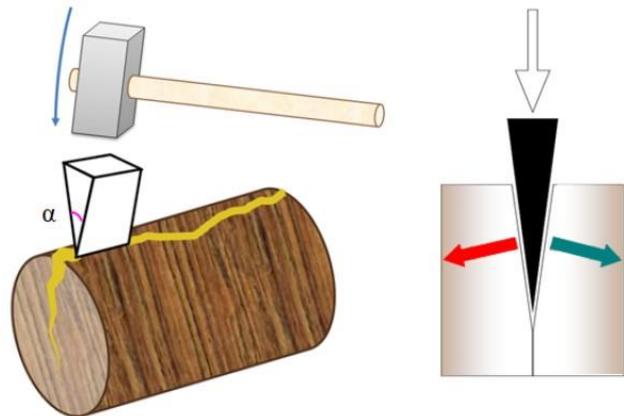
Una cuña es una máquina simple usada para cortar y labrar. Es capaz de vencer la resistencia del material a través del filo, aplicando sendas fuerzas en sentidos contrarios, como se ve en la imagen de la derecha.

Consisten en un doble plano inclinado hecho de material resistente con dos superficies de contacto, que proveen grandes fuerzas de fricción por el filo que se forma en el borde.

El filo es capaz de vencer la resistencia del material y separarlo en trozos con ayuda de un martillo para aplicar la fuerza. El uso de la cuña se extiende al adosarle un mango, a modo de hacha.

Los cuchillos, las hachas y los cinceles son buenos ejemplos del uso de cuñas como instrumentos de corte. Los dientes incisivos de las personas también tienen esta forma, para cortar la comida en trozos más pequeños y masticables.

Donde α es el ángulo en el filo. Las formas puntiagudas como las cuñas no sirven solamente para vencer la resistencia de la madera. Los vehículos como aviones y botes también presentan formas de cuña para vencer la resistencia del aire y ganar velocidad.



Tornillo

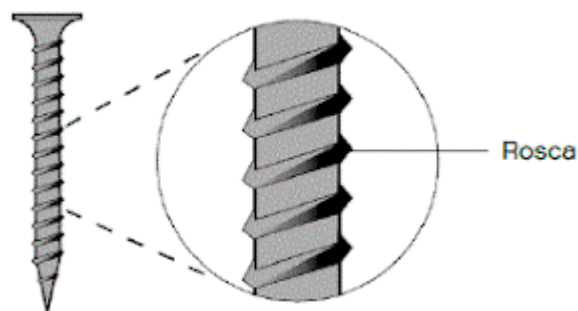
Un tornillo es una modificación del plano inclinado. Las roscas de un tornillo son como un plano inclinado enrollado alrededor de un cilindro.

Cuando se enrosca un tornillo en un trozo de madera es como si se hiciera girar el largo plano inclinado a través de la carga; es como mover el plano inclinado mientras el objeto que se encuentra sobre él se mantiene quieto.

La fuerza giratoria aplicada a un desarmador se convierte en una fuerza rectilínea que enrosca al tornillo hacia dentro de un objeto.

Se le llama "paso" al número de roscas que hay en cada centímetro del tornillo. Por ejemplo, si un tornillo tiene 8 roscas en un centímetro, el tornillo tiene un paso de $1/8$; eso significa que ese tornillo avanzará verticalmente una distancia de $1/8$ de centímetro (hacia dentro de un objeto) cada vez que se dé una vuelta. Entre mayor sea el paso del tornillo, más vueltas se necesitan, y también menos esfuerzo, para enroscarlo.

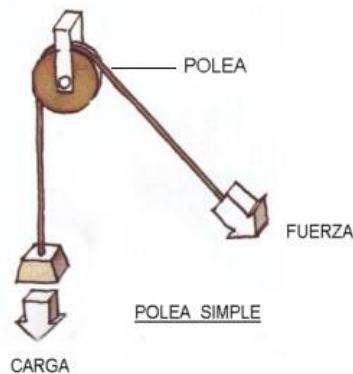
Una tuerca también tiene un plano inclinado por dentro, de modo que cuando un tornillo se enrosca en una tuerca, lo que en realidad ocurre es que el plano inclinado del tornillo se desliza sobre el plano inclinado de la tuerca, produciendo un movimiento vertical; o sea, produciendo que el tornillo avance hacia adentro o hacia afuera de la rosca.



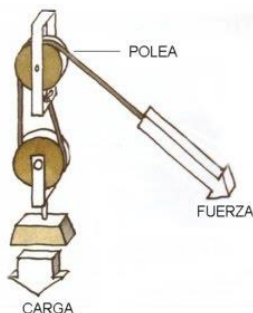
La polea

Es una simple máquina formada por una cuerda que gira en torno a una rueda acanalada, la cual gira alrededor de un eje central. Una polea puede hacer cambiar la dirección de la fuerza aplicada o multiplicarla para hacer más fácil levantar una resistencia. Existen dos clases de poleas: las fijas y las móviles. (Sencillas, dobles y triples)

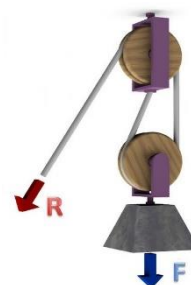
Polea sencilla Se utiliza solo para cambiar la dirección a una fuerza que se va aplicando: por ejemplo, el ascenso por las escaleras a un piso alto de un recipiente lleno de algunas sustancias. Puede subirse con ayuda de una cuerda desde la parte superior, pero se convierte en una tarea bastante peligrosa para quien este jalando desde la parte superior. Una polea puede ser una solución sencilla si se coloca fija en la parte más alta soportada por algún punto de apoyo, pues una persona podrá ejercer hacia abajo y, lo más importante, sin correr riesgo de tener un accidente.



Polea doble El sistema consiste en una polea fija y una móvil que pueden colocarse como se muestra en la figura. Su ventaja es disminuir a la mitad la fuerza que inicialmente se tenía que hacer para levantar un objeto



Polea triple El sistema consiste en una polea fija y dos móviles que pueden colocarse como se muestra en la figura. Su ventaja radica en disminuir a la cuarta parte la fuerza que inicialmente se tenía que hacer para levantar el objeto.

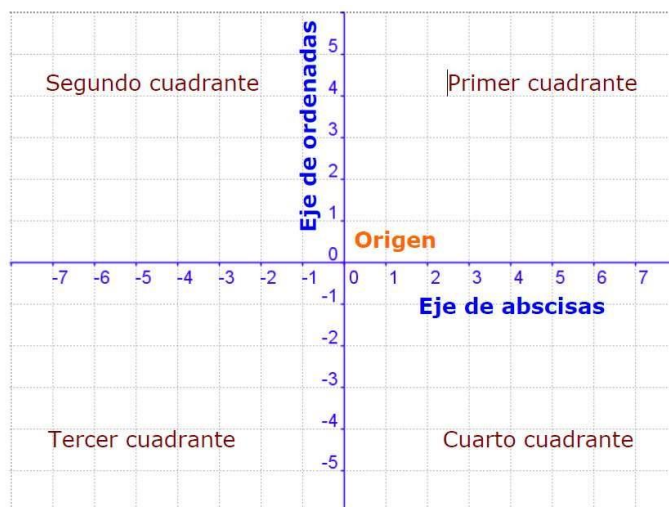


PLANO CARTESIANO

Un sistema de ejes coordenados (o cartesianos) está formado por dos ejes numéricos perpendiculares, uno horizontal, llamado de **abscisas** y otro vertical o de **ordenadas**.

El punto en el que se cortan los ejes es el **origen** de coordenadas. Dicho **punto** se representa mediante un par ordenado de **coordenadas** cartesianas (**x,y**).

Ambos ejes se cortan en un punto llamado **origen** o **centro de coordenadas** y se denota por O.



EJES CARTESIANOS

Coordenadas de un punto

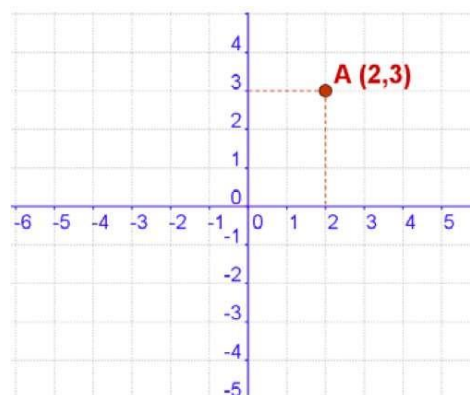
En la imagen de este apartado aparecen varios puntos en el plano y unos ejes cartesianos donde se visualizan las coordenadas cartesianas de cada punto.

La posición de un punto A en el plano cartesiano queda determinado por un par de números reales (a; b), donde Los números a y b reciben el nombre de coordenadas del punto A (2,3).

La primera coordenada, a, recibe el nombre de abscisa de A. La segunda coordenada, b, recibe el nombre de ordenada de A.

La abscisa de A corresponde a la distancia dirigida de A al eje Y. La ordenada de A corresponde a la distancia dirigida de A al eje X.

Observa que las coordenadas de un punto son un **par ordenado** de valores.

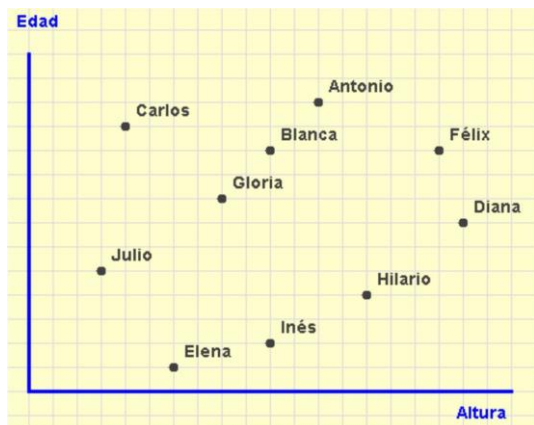


- La primera coordenada o **abscisa** de un punto nos indica la distancia a la que dicho punto se encuentra del eje vertical.
- La segunda coordenada u **ordenada** indica la distancia a la que se encuentra el punto del eje horizontal.

Interpretar gráficas de puntos

En la imagen de debajo se ve un ejemplo de **gráfica cartesiana**. Cada punto de la gráfica está relacionado con la **edad** y la **altura** de las personas que hacen cola para entrar en un cine

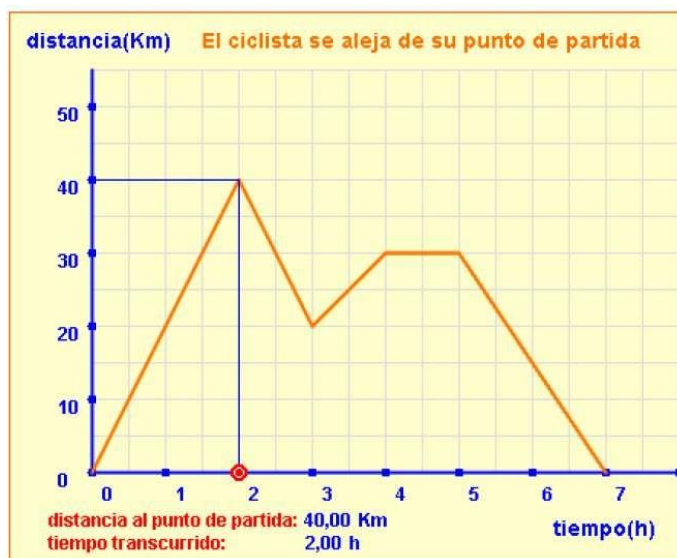
¿Cómo se interpreta?



- ☐ Diana es la más alta ya que el punto que la representa está más a la derecha. Antonio es el de mayor edad puesto que el punto que lo representa es el que se encuentra más arriba en la gráfica.
- ☐ Así mismo puedes ver que Blanca e Inés tienen la misma estatura ya que sus puntos están a la misma distancia del eje de ordenadas; y Blanca y Félix tienen la misma edad ya que sus puntos se encuentran a la misma distancia del eje de abscisas.
- ☐ El más bajito sería Julio y Elena es la más joven de todas las personas de la fila.

Gráficas continuas

En la siguiente gráfica se describe el recorrido realizado por un ciclista y, a diferencia de las dos anteriores, no se trata de puntos aislados sino que es una línea continua:



Observa: los tramos de la gráfica que indican que el ciclista se aleja, regresa o está parado.

La interpretación de la gráfica:

- ☐ El ciclista empieza su recorrido y a las dos horas se encuentra a 40 km.
- ☐ Recorre 20 km más pero volviendo hacia atrás.
- ☐ Vuelve a alejarse 10 km y se para a descansar durante una hora.

- Finalmente se vuelve a montar en su bicicleta y regresa al punto de partida tardando en esa última parte del recorrido, de 30 km, dos horas.

TABLAS, PARES ORDENADOS Y GRÁFICAS

Tablas de valores

En muchas ocasiones tendremos **conjuntos de datos** que nos vengan dados de diferentes formas: expresión verbal, una fórmula o ecuación,... por lo que debemos describir dichos datos dentro de una **tabla**, lo que nos facilitará su interpretación y representación gráfica.

- Una tabla de valores es una tabla donde situamos ordenadamente las cantidades correspondientes de dos magnitudes relacionadas.
- Conozcamos los pasos a seguir para construir una **tabla de doble entrada**:

Ejemplo 1:

En un club deportivo cuentan con 200 socios. De ellos 20 practican natación, 35 practican fútbol, 15 practican voleibol, 40 practican baloncesto, 30 practican atletismo, 10 practican tenis, 24 practican balonmano y 26 practican gimnasia.

La tabla tendrá **2 columnas y 9 filas**. En las celdas de la primera fila escribimos los tipos de datos que aparecerán en cada columna. En las celdas de la primera columna escribimos el nombre de los deportes que se practican.

En las celdas de la segunda columna con el número de practicantes de cada deporte. Ese número deberá corresponder con el deporte que haya escrito en la celda contigua de la primera columna. Al final deberemos tener una tabla similar a la que aparece al lado.

deporte	nº socios
natación	20
fútbol	35
voleibol	15
baloncesto	40
atletismo	30
tenis	10
balonmano	24
gimnasia	26

Ejemplo 2:

La siguiente tabla nos indica el número de alumnos que consiguen una determinada nota en un examen:

Nota	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nº de alumnos	1	1	2	3	6	11	12	7	4	2	1

De la tabla a la gráfica

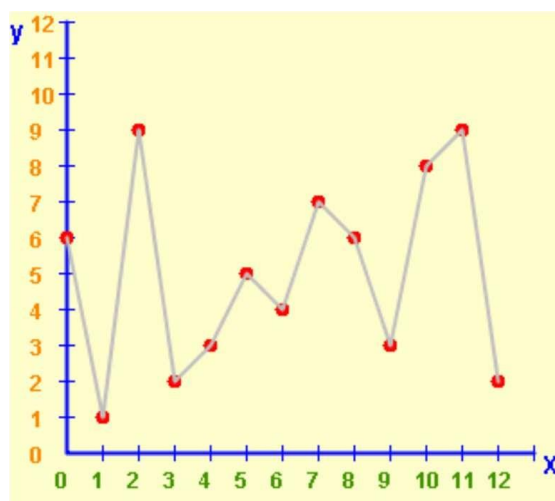
Pero en otras ocasiones necesitaremos que los datos recogidos en una tabla sean representados gráficamente sobre unos ejes de coordenadas.

Para ello primero dibujaremos un sistema de ejes coordenados sobre el

que, posteriormente, representaremos los datos.

Una vez que hemos dibujado los ejes y marcados los valores correspondientes tanto en el eje de abscisas como en el eje de ordenadas, es cuando comenzaremos a situar los puntos que representarán los datos dados

TABLA DE VALORES	
X	Y
0	6
1	1
2	9
3	2
4	3
5	5
6	4
7	7
8	6
9	3
10	8
11	9
12	2

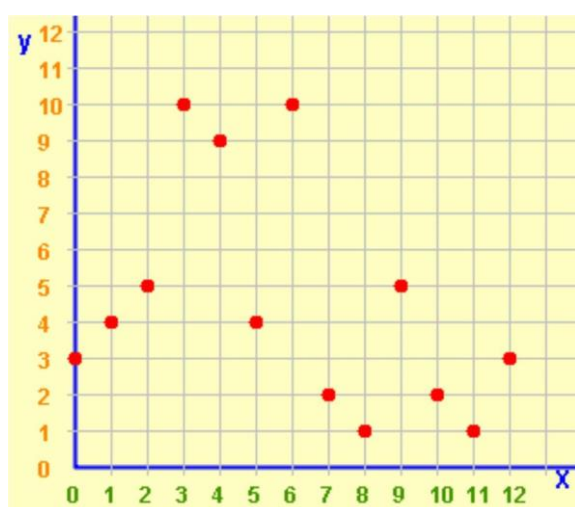


Observa: Nos situamos en el primer punto de **X** dado en la tabla y subimos una altura igual a su correspondiente valor de **Y**, así obtenemos el primer punto de la gráfica. **(0,6)** Repetimos el proceso con cada pareja de valores de la tabla.

De la tabla a la gráfica

Veamos ahora el proceso inverso: nos dan una gráfica cartesiana y debemos construir una tabla de datos representada en dicha gráfica.

Fíjate en la gráfica del margen. A partir de las coordenadas de los puntos representados podremos construir la correspondiente tabla de datos. El proceso es idéntico al empleado en el segundo ejercicio del primer apartado de esta quincena.



Proceso: el primer punto de la gráfica (el más a la izquierda), trazamos una paralela al eje **Y** hasta llegar al eje **X** y una paralela al eje **X** hasta el eje **Y**.

Estas paralelas, al cortar con cada uno de los ejes, nos dará los siguientes valores **X** e **Y** (coordenadas) del punto.

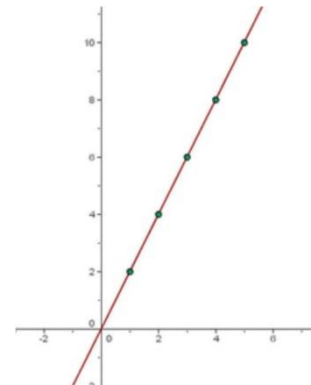
Anotamos los valores en la **tabla de valores** y continuamos el proceso con los demás, hasta llegar al último punto (el situado más hacia la derecha).

Una gráfica es la representación en unos ejes de coordenadas de los pares ordenados de una tabla. **Las gráficas describen relaciones entre dos variables:**

- ✓ La **variable** que se representa en el **eje horizontal** se llama **variable independiente o variable x**.
- ✓ La que se representa en el **eje vertical** se llama **variable dependiente o variable y**.
- ✓ La **variable y** está en función de la **variable x**.

Una vez realizada la gráfica podemos estudiarla, analizarla y extraer conclusiones. Para interpretar una gráfica, hemos de observarla de izquierda a derecha, analizando cómo varía la variable dependiente, y, al aumentar la variable independiente, x.

Kg de patatas	1	2	3	4	5
Precio en €	2	4	6	8	10

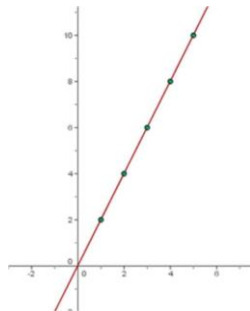


A modo de ejemplo En esa gráfica podemos observar que a medida que compramos más kilos de patatas el precio se va incrementando.

Tipos de Gráficas:

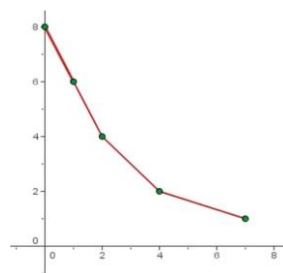
Gráfica creciente

Una gráfica es creciente si al aumentar la variable independiente aumenta la otra variable.



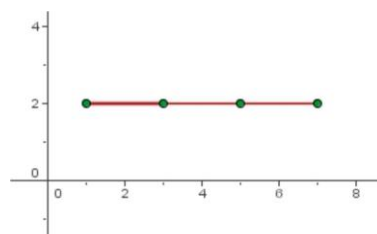
Gráfica decreciente

Una gráfica es decreciente si al aumentar la variable independiente disminuye la otra variable.



Gráfica constante

Una gráfica es constante si al variar la variable independiente la otra permanece invariable.

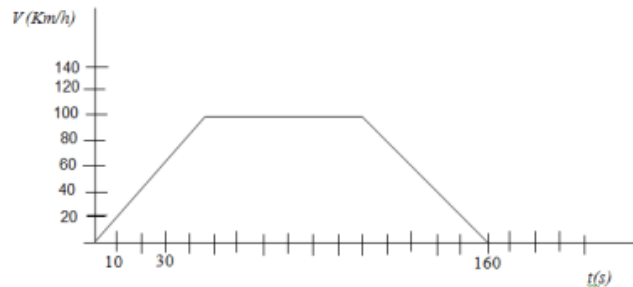


Una gráfica puede tener a la vez partes crecientes y decrecientes.

Actividades

1)

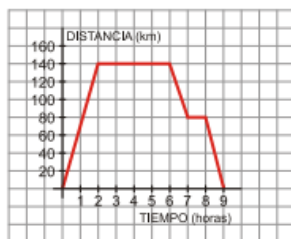
El gráfico de la Figura representa la velocidad de un tren subterráneo entre las estaciones A y B.



- ¿Cuánto dura el viaje entre A y B?
- ¿Durante cuánto tiempo la velocidad del tren es constante?
- ¿Cuál es la velocidad máxima? ¿En qué tiempo la alcanza?
- ¿Cuánto tarda en frenar?

2)

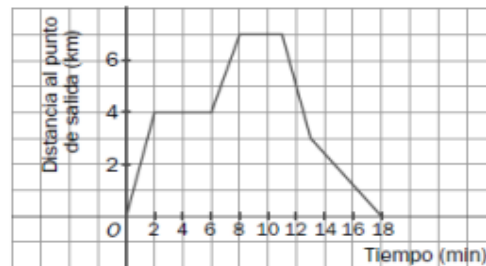
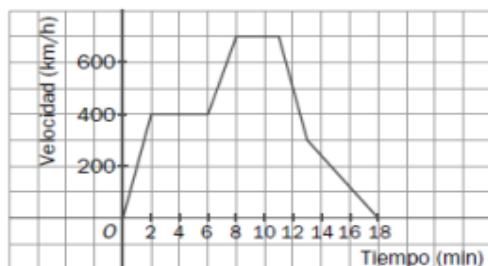
La siguiente gráfica representa una excursión en autobús de un grupo de estudiantes, reflejando el tiempo (en horas) y la distancia al instituto (en kilómetros):



- ¿A cuántos kilómetros estaba el lugar que visitaron?
- ¿Cuánto tiempo duró la visita al lugar?
- ¿Hubo alguna parada a la ida? ¿Y a la vuelta?
- ¿Cuánto duró la excursión completa (incluyendo el viaje de ida y el de vuelta)?

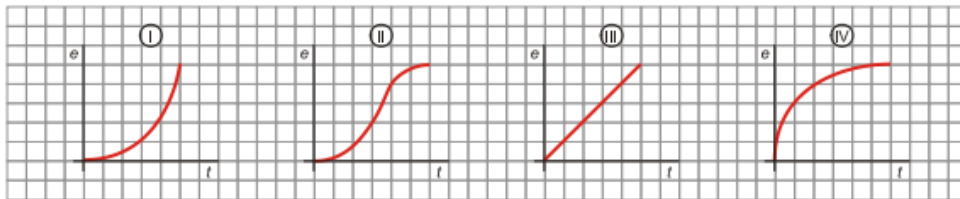
3)

Las dos tienen la misma forma, pero reflejan situaciones muy distintas. ¿Por qué? Justifica tu respuesta.



4)

Las siguientes gráficas corresponden al ritmo que han seguido cuatro personas en un determinado tramo de una carrera. Asocia cada persona con su gráfica:



— **Mercedes:** Comenzó con mucha velocidad y luego fue cada vez más despacio.

— **Carlos:** Empezó lentamente y fue aumentando gradualmente su velocidad.

— **Lourdes:** Empezó lentamente, luego aumentó mucho su velocidad y después fue frenando poco a poco.

— **Victoria:** Mantuvo un ritmo constante.

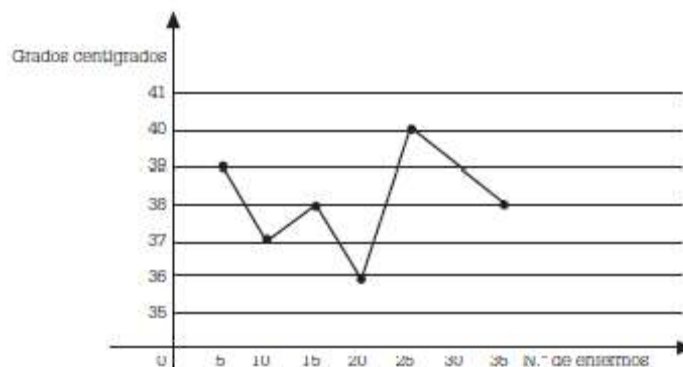
5) La grafica de un viaje fue la siguiente:

- ¿Cuánto tiempo duró el viaje?
- ¿Qué distancia recorrió las dos primeras horas?
- ¿Qué hicieron durante la tercer hora?
- ¿A qué hora llegaron al punto de partida?



6) La grafica representa la temperatura corporal de los enfermos de la planta de un hospital tomada a las 18 horas:

- ¿Cuántos enfermos hay con 38°?
- ¿Cuál es la temperatura máxima alcanzada? ¿Por cuántos enfermos?
- ¿Cuántos enfermos hay con la temperatura más baja?



7) En el observatorio Meteorológico de la ciudad de Moreno de midieron en distintos momentos del día 29 de setiembre las siguientes temperaturas:

- A) ¿Cuál es la temperatura a las 10h?
- B) En qué momento del día la temperatura era de 9°C. ¿Se puede saber a partir de la tabla que hora era?
- C) ¿Cuál habrá sido la temperatura máxima de ese día. ¿A qué hora?
- D) Representa los valores de la tabla en sistemas de ejes cartesianos ortogonales.

Tiempo (h)	Temperatura (°C)
0	5
2	7
4	7
6	8
8	9
10	10
12	13
14	16
16	15
18	9
20	5
22	3
24	2

- 8) Graficar $e(t)$ de un móvil que registra los siguientes datos, luego responder las preguntas:

- a) ¿Qué espacio recorre el móvil a los 6s?
- b) ¿Qué espacio recorre el móvil a los 10s?
- c) ¿Qué tiempo le lleva al móvil recorrer 200m?
- d) ¿Qué distancia necesita el móvil para llegar a cubrir una distancia de 300m?

Tiempo (s)	Espacio(m)
0	0
3	45
6	90
9	135
12	180
15	225
18	270

- 9) En la india los tigres de Bengala son muy apreciados por su piel y por su utilidad para fabricar medicamentos. Una O.N.G. dedicada a la conservación de esta especie ha publicado una tabla de cómo ha variado la población de tigres en los últimos 10 años.

X (años)	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
Y (Tigres)	900	870	800	810	805	750	700	720	730	750

Representa los valores de la tabla en un diagrama cartesiano. ¿Qué ha ocurrido con la población de tigres?

- 10) La tabla muestra el número de nacimientos en los siete primeros meses de un año.

Mes	enero	febrero	marzo	abril	mayo	junio	julio
N° nacimientos	24	31	32	29	32	31	40

- a) ¿En qué mes hubo más nacimientos?
- b) ¿En qué mes hubo menos nacimientos?
- c) ¿Hubo dos meses con el mismo número de nacimientos?
- d) ¿Le corresponde a cada mes un único número de nacimientos?

- 11) Realizar el grafico de $v(t)$ con los datos de la siguiente tabla y responder:

Velocidad (km/h)	0	50	100	140	170	140	140	130	160	140
Tiempo (s)	0	5	10	20	50	60	70	80	100	120

- a) ¿Cuánto tardó el auto en recorrer el tramo del circuito?
- b) ¿Cuánto tardó en alcanzar los 100km/h?
- c) ¿En qué momento alcanzó la velocidad máxima?
- d) ¿Qué velocidad llevaba a los 20s de la partida?
- e) ¿Durante cuánto tiempo la velocidad fue constante?
- f) ¿Cuánto tiempo, en total, la velocidad descendió?
- g) ¿En qué tiempo avanzó a mayor velocidad?

12) La tarifa de un aparcamiento viene dada por la siguiente tabla:

Tiempo	Precio en Pesos
Cada una hora de las tres primeras horas	0,70
Las tres horas siguientes	1
A partir de la sexta hora	0,50

- a) Haz la gráfica para 8 horas.
- b) El padre de Juan estuvo 3 horas y 40 minutos. ¿Cuánto tuvo que pagar?
- c) El padre de Luisa estuvo exactamente 6 horas. ¿Cuál fue el importe?
- d) ¿Es posible que dos usuarios paguen lo mismo siendo distintos los tiempos de estancia?

13)

En un edificio de 12 pisos, un ascensor efectúa en un momento dado los siguientes desplazamientos:

"El ascensor se encuentra detenido en la planta baja y comienza a subir hasta el tercer piso, allí se detiene durante 5 minutos. Luego, lo llaman desde el séptimo piso, para bajar a continuación hasta la planta baja. Desde ese punto, inmediatamente lo llaman para ir al décimo piso, desde donde se traslada hasta el garaje situado en el segundo sótano. Allí permanece durante 10 minutos. Por último, lo llaman desde la planta baja, para ir seguidamente al cuarto piso, donde finalmente queda detenido"...

A partir de la descripción del movimiento efectuado por el ascensor, construye el gráfico posición /tiempo del movimiento rectilíneo efectuado por éste en el intervalo de tiempo indicado, sabiendo que en subir un piso tarda unos 20 segundos y en bajarlo 10 segundos.

Factor de conversión

Este método se utiliza para convertir valores entre diferentes unidades del mismo tipo. Consiste en multiplicar la cantidad original por una fracción en la que el numerador y el denominador contengan una misma cantidad pero expresada en distintas unidades (recordemos que si ambas partes de una fracción son iguales el resultado es uno y por lo tanto al multiplicar por uno no alteramos el valor).

Al multiplicar por esta fracción lo que buscamos es simplificar la unidad original y que nos quede la nueva unidad.

¿Pero... como armamos esta fracción?

1. Si la unidad original (es decir la que no queremos en el resultado) está en el numerador escribimos la misma unidad en el denominador y viceversa (de tal forma de poder simplificarla).
2. Escribimos la otra unidad (la que queremos tener) en la otra parte de la fracción.
3. Escribimos un "1" en la cantidad más grande.
4. Escribimos la cantidad equivalente de la otra unidad.
5. Hacemos la multiplicación.

Vamos a verlo con algunos ejemplos

Ejemplo 1

- Convertir 1,5 km a m.

La unidad km (que es la que queremos simplificar) está en el numerador (no hay denominador en este caso) y por lo tanto en la fracción por la que multiplicamos la escribimos en el denominador. De esta manera se pueden simplificar.

$$1,5 \cancel{\text{km}} \frac{\quad}{\cancel{\text{km}}} =$$

Ahora escribimos la unidad a la que queremos llegar en la otra parte de la fracción (el numerador en este caso).

$$1,5 \cancel{\text{km}} \frac{\text{m}}{\cancel{\text{km}}} =$$

Escribimos un 1 en la unidad más grande (kilómetro es más grande que metro).

$$1,5 \cancel{\text{km}} \frac{\text{m}}{1 \cancel{\text{km}}} =$$

Escribimos la cantidad equivalente en la otra unidad (1 km equivale a 1000 metros).

$$1,5 \cancel{\text{km}} \frac{1000 \text{ m}}{1 \cancel{\text{km}}} =$$

Hacemos la multiplicación y obtenemos el resultado.

$$1,5 \cancel{\text{km}} \frac{1000 \text{ m}}{1 \cancel{\text{km}}} = 1500 \text{ m}$$

Ejemplo 2

- Convertir 70 km/h a m/s.

En este caso tenemos unidades en el numerador y en el denominador. Como queremos convertir las dos unidades (kilómetros a metros y horas a segundos) multiplicaremos por dos factores de conversión (uno por cada unidad a convertir).

Las unidades que no queremos en el resultado son kilómetros y horas. Kilómetros está en el numerador y por lo tanto en el factor de conversión lo indicamos en el denominador. Horas está en el denominador y por lo tanto en el factor de conversión lo indicamos en el numerador.

Las cantidades equivalentes son $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$ y $1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$.

$$\frac{70 \text{ km}}{\text{h}} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = \frac{70000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 19,44 \text{ m/s}$$

Ejemplo 3

Convertir $1,2 \text{ m}^2$ a dm^2

Queremos simplificar m^2 que está en el numerador, por lo tanto escribimos el factor de conversión con m^2 en el denominador y dm^2 en el numerador.

$$1,2 \text{ m}^2 \times \frac{\text{dm}^2}{\text{m}^2}$$

Sabemos que 1 m^2 es igual a 100 dm^2 (recordemos que en superficies la coma se corre de a dos lugares) y que la unidad más grande es m^2 por lo tanto le ponemos un 1.

$$1,2 \text{ m}^2 \times \frac{100 \text{ dm}^2}{1 \text{ m}^2} = 120 \text{ dm}^2$$

Actividades

1) Convertir unidades de velocidad en las unidades entre paréntesis

- | | | |
|--|---|---|
| a) 15 cm/s (mm/s) | j) 0.9 m/s (mm/s) | s) $2,460 \text{ cm/s}$ (m/s) |
| b) 49 dm/s (cm/s) | k) 270 km/h (cm/s) | t) 0.002 km/s (dm/s) |
| c) 3.8 m/s (mm/s) | l) 1.5 km/s (km/h) | u) 131 dm/s (km/h) |
| d) 0.2 dm/s (mm/s) | m) 814 cm/s (dm/s) | v) $544,900 \text{ cm/s}$ (km/s) |
| e) 0.11 m/s (dm/s) | n) $5,600 \text{ dm/s}$ (km/s) | w) $3,553.2 \text{ km/h}$ (km/s) |
| f) 12.6 km/h (m/s) | o) 0.83 km/s (m/s) | x) $186,300 \text{ cm/s}$ (km/h) |
| g) 28.8 km/h (dm/s) | p) $17,000 \text{ cm/s}$ (m/s) | y) $123,780 \text{ mm/s}$ (m/s) |
| h) 9.8 m/s (km/h) | q) 62.5 m/s (km/s) | z) 0.0009 km/s (cm/s) |
| i) 0.52 dm/s (m/s) | r) 213 mm/s (dm/s) | Z) $8,500,000 \text{ mm/s}$ (km/s) |

2) Las velocidades de tres aviones son de 985 km/h , 280 m/s y $19,6 \text{ km/min}$. ¿Cuál es el más veloz?

3) Una moto circula a 20 m/s y un automóvil a 50 km/h . Indicar cuál es más veloz?

4) Expresa una velocidad de 72 km/h en m/s ; km/min y cm/s .

Cinemática

¿Qué es la cinemática?

El Universo está compuesto de múltiples galaxias y en la galaxia de la que forma parte nuestro sistema solar existen aproximadamente 10^{11} (cien mil millones) de estrellas. El Sol es una de esas estrellas y se traslada a una velocidad de 90.000 km/h con respecto a un punto de referencia ubicado fuera de él.

La Tierra lo acompaña en su movimiento, pero, además, gira a su alrededor y sobre sí misma.

En el Universo nada se halla en estado de reposo, sino que todo se encuentra en movimiento.

El vocablo **cinemática** deriva del griego **kinema** que significa **movimiento**.

La **CINEMÁTICA** es la parte de la Mecánica que describe los movimientos, independientemente de las causas que los originan.

¿Cuándo se mueve un cuerpo?

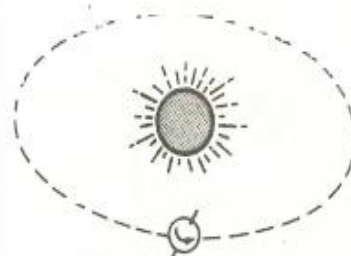
Resulta fácil decir que un cuerpo está en movimiento, pero es más difícil explicar lo que se quiere decir con eso.

■ Consideremos el caso de un alumno que está sentado en su banco, participando de la clase de Física. Ese alumno está en reposo con respecto al banco, al pizarrón, las paredes del aula, etc. Si dicho alumno se levanta y empieza a caminar, cambia de posición, está en **movimiento** con respecto a los cuerpos antes mencionados (bancos, pizarrón, paredes, etc.).

■ Veamos otro caso:

Una persona sube a un ómnibus de pasajeros en una estación terminal y se ubica en un asiento. Cuando el ómnibus está en movimiento, dicha persona está en reposo con relación al propio ómnibus pero se mueve con él, alejándose de la estación.

Esto muestra que un cuerpo puede estar en reposo y en movimiento simultáneamente; todo depende del punto de referencia que se considere.



La Tierra presenta movimiento de rotación alrededor de su eje y de traslación con respecto al Sol.



El trozo de madera en movimiento describe una circunferencia.

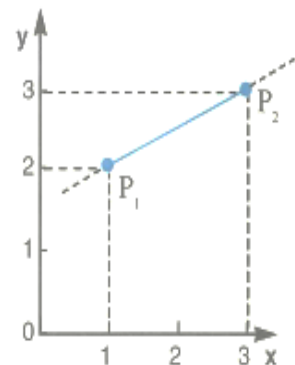
Además, la estación terminal se mueve conjuntamente con el movimiento de traslación y rotación de la Tierra alrededor del Sol y, en consecuencia, tampoco es un punto fijo.

De los ejemplos señalados se puede deducir que: **un cuerpo está en movimiento cuando se aleja o se acerca a un punto elegido como fijo.** En otras palabras: un cuerpo está en movimiento cuando varía su distancia con relación al punto elegido como fijo.

Pero este concepto no se puede aplicar a todos los casos. Así, si atamos un trozo de madera a una soga y lo hacemos girar a nuestro alrededor, el trozo se mueve recorriendo una circunferencia cuyo centro es nuestro cuerpo pero su distancia con respecto a él no varía.

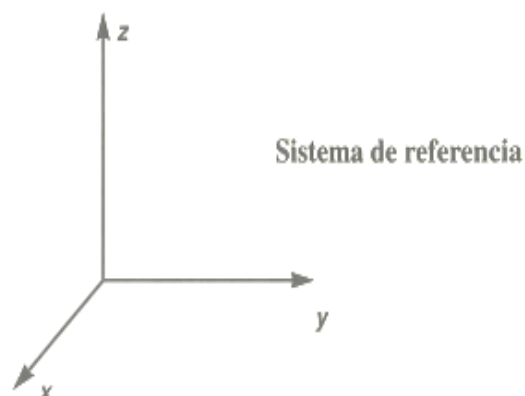
Por este motivo, para definir el movimiento no se toma como referencia a un punto sino a un sistema de coordenadas, al que se denomina **sistema de referencia**.

Cuando consideramos el movimiento de un objeto en el plano, son suficientes dos ejes de coordenadas (x e y) para determinar las sucesivas posiciones de ese objeto. Por ejemplo:

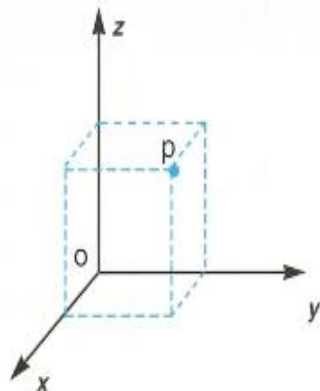


En la posición P_1 , el móvil tiene las coordenadas $x = 1$ e $y = 2$ y en la posición P_2 , $x = 3$ e $y = 3$.

Si se considera el movimiento de un cuerpo en el espacio, es necesario determinar un sistema de tres ejes de coordenadas (x , y , z) para establecer las sucesivas posiciones que va ocupando dicho cuerpo.

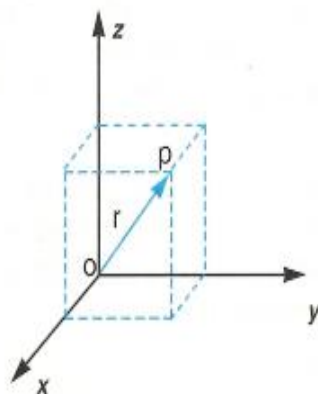


Entonces, la posición P de un cuerpo es:



Posición (x,y,z)

Esta posición puede caracterizarse por el **vector r** (OP):



Para precisar cuándo un cuerpo está en movimiento, además de determinar un sistema de referencia, es necesario tener en cuenta que el movimiento no es instantáneo, sino que se produce a lo largo de un cierto tiempo.

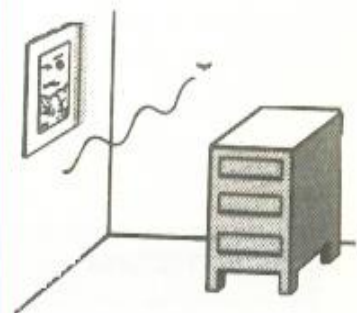
En consecuencia, se puede establecer que:

Un cuerpo está en movimiento cuando varía su posición, a medida que transcurre el tiempo, con respecto a un sistema de referencia (sistema de coordenadas).

Trayectoria de un móvil

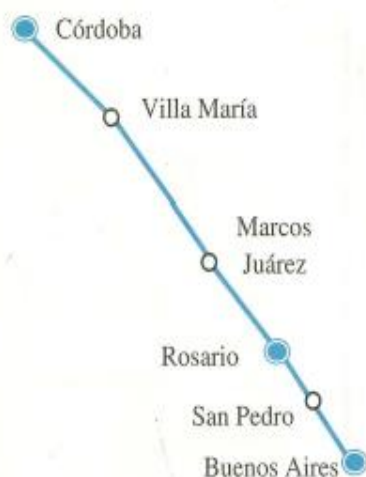
Consideremos el siguiente caso:

Un automóvil parte de Córdoba a las 8,00 y arriba a Buenos Aires a las 17,00, registrándose en el esquema la ruta seguida y en el cuadro las localidades por donde pasa, las distancias recorridas desde el punto de partida y la hora en que pasa por dichas ciudades:

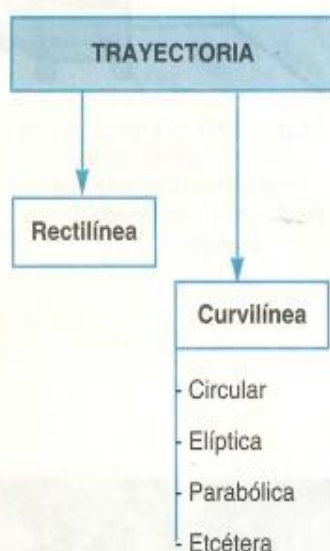


La posición de la mosca en un determinado instante se establece mediante sus distancias (coordenadas) a las paredes y al piso.





Localidad	Distancia (km)	Hora de paso
Córdoba	0	8,00
Villa María	140	9,35
Marcos Juárez	260	10,50
Rosario	400	12,25
San Pedro	510	14,10
Buenos Aires	700	17,00



Como se puede observar en el esquema, el automóvil, en su recorrido desde Córdoba hasta Buenos Aires, fue ocupando sucesivamente distintos puntos del espacio a medida que iba transcurriendo el tiempo.

Lo mismo ocurre en cualquier movimiento que se observe: el vuelo de un pájaro, el desplazamiento de un barco, una piedra que se arroja al aire, etcétera. En todos los casos, el móvil va ocupando distintos puntos del espacio en un cierto intervalo de tiempo.

Entonces, se puede establecer que:

TRAYECTORIA DE UN MÓVIL es el conjunto de puntos del espacio que va ocupando sucesivamente a medida que transcurre el tiempo.

Cuando la trayectoria seguida por el móvil es una recta, el **movimiento** se denomina **rectilíneo**; en cambio, si es una curva recibe el nombre de **movimiento curvilíneo**. En este último caso, el movimiento toma nombre de la curva que describe: si es una circunferencia, **movimiento circular**; si es una elipse, **movimiento elíptico**; si es una parábola, **movimiento parabólico**, etcétera.

Posición de un móvil

En su trayectoria, el automóvil del ejemplo anterior fue ocupando distintos puntos. Así, a las 8,00 estaba en Córdoba; a las 9,35 en Villa María; a las 10,50 en Marcos Juárez, etcétera.

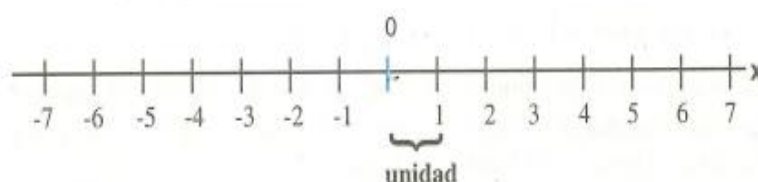
Cada uno de estos puntos corresponde a la ubicación del automóvil en un determinado instante y recibe el nombre de **posición**.

Por lo tanto, podemos decir que:

POSICIÓN es el punto donde está ubicado el móvil en un determinado instante.

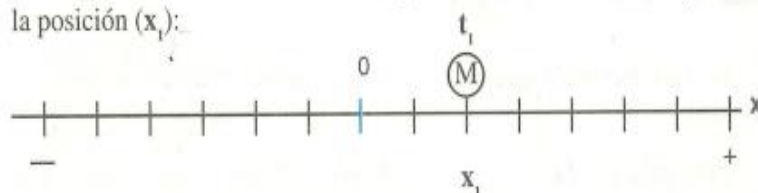
Sistema de abscisas

En el caso de un móvil cuya trayectoria es rectilínea, dicha trayectoria se puede representar por medio de una línea recta sobre la cual se fija un punto de origen (0) y se establece su longitud con una cierta unidad elegida para tal fin:



El número que indica la longitud entre el punto de origen (0) y la posición del móvil en un determinado instante, se denomina **abscisa x**.

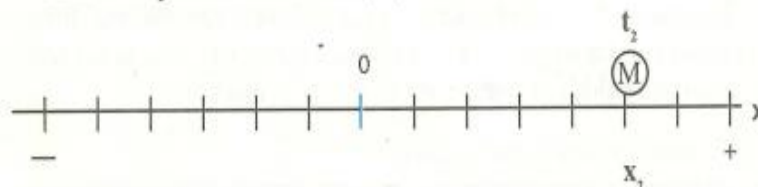
Así, en el caso de un móvil (M) que en un cierto instante (t_1) ocupa la posición (x_1):



el valor de la abscisa x_1 es igual a +2.

Obsérvese que el valor de la abscisa puede tener signo + ó - , según pertenezca al semieje positivo o negativo, respectivamente.

Para cada posición del móvil (M) existe una abscisa:



Si en el instante t_1 , la abscisa del móvil (M) es x_1 , en el instante t_2 su abscisa es x_2 . Luego, en la variación de intervalo ($\Delta t = t_2 - t_1$) se ha producido una **variación de la abscisa**:

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

El **punto de origen** se fija en forma arbitraria.

Abscisa x
Número que indica la longitud entre el punto de origen y la posición del móvil en un determinado instante.

Δ = letra griega **delta** mayúscula. (Se usa para indicar variaciones de una magnitud.)

Δx = Variación de la **abscisa x**.

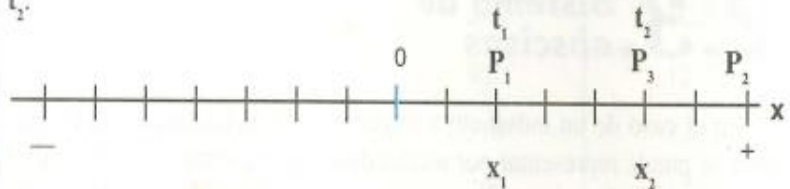


La velocidad nos indica el espacio recorrido en la unidad de tiempo.

En el ejemplo anterior, la variación de la abscisa es:

$$\Delta x = 5 - 2 = +3$$

Debe tenerse en cuenta que la variación de las abscisas no siempre coincide con el camino recorrido. Así, si el móvil (M) parte del punto P_1 en el instante t_1 , llega al punto P_2 y luego regresa a P_3 en el instante t_2 :



El camino recorrido es: $5 + 2 = 7$.

La variación de las abscisas es: $5 - 2 = 3$.

Por ejemplo, un ómnibus de pasajeros sale de Córdoba (0 km), por la Ruta Nacional N° 9 llega a Tucumán (600 km) y regresa por la misma ruta a Santiago del Estero (160 km):

El camino recorrido es: $600 + 160 = 760$ km, mientras que la variación de las abscisas es: $600 - 160 = 440$ km.

Velocidad de un móvil

Es muy frecuente que asociemos la expresión movimiento con velocidad.

Para calcular la velocidad se divide el espacio recorrido por el tiempo empleado en recorrerlo. Así, un automóvil recorre una distancia de 240 km en un tiempo de 3 h, su velocidad es de:

$$v = \frac{240 \text{ km}}{3 \text{ h}} = 80 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 80 \text{ km/h}$$

Esto nos indica que el automóvil por cada hora recorrió una distancia de 80 km. De modo que la velocidad informa qué espacio fue recorrido en una unidad de tiempo (en este caso en una hora).

En consecuencia podemos definir:

La VELOCIDAD DE UN MÓVIL es el cociente entre el espacio recorrido (Δs) y el tiempo empleado en recorrerlo (Δt):

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

v = velocidad
 Δs = espacio recorrido
 Δt = tiempo empleado

Unidades

La unidad de velocidad está expresada por el cociente entre la unidad de longitud y la unidad de tiempo.

En el ejemplo anterior se utilizó kilómetro por hora (km/h). El SI-MELA ha adoptado como unidad de velocidad al metro por segundo (m/s). Otras unidades muy usadas son el kilómetro por segundo (km/s), la milla por hora (milla/h) (en países de habla inglesa) y en náutica el nudo.

Cambio de unidades

Las unidades pueden transformarse unas en otras.

Caso 1: **Transformar km/h a m/s**

Por ejemplo, 180 km/h:

- Teniendo en cuenta que

1 km = 1.000 m y 1 hora = 3.600 segundos:

$$v = \frac{180 \text{ km}}{\text{h}} = 180 \cdot \frac{1.000 \text{ m}}{3.600 \text{ s}} = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Caso 2: **Transformar nudos en km/h**

Por ejemplo, 30 nudos:

- Sabiendo que 1 nudo = 1,852 km/h

$$v = 30 \cdot \frac{1,852 \text{ km}}{1 \text{ h}} = 55,56 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

En suma, conociendo las equivalencias entre las unidades de longitud y de tiempo, es posible expresar una misma velocidad con diferentes unidades.

El movimiento rectilíneo uniforme (M.R.U.)

Al registrar el desplazamiento de una persona que camina se obtienen los siguientes resultados:

Distancia (m)	15	30	45	60	75
Tiempo (s)	10	20	30	40	50

Unidades de velocidad
m/s; km/s; km/h; milla/h;
nudo.

Milla: unidad itineraria
equivalente a 1.609,34 m.

Milla marina o náutica:
equivale a 1.852 m.

Nudo: unidad de velocidad de
los buques equivalente a una
milla/hora.

En las expresiones metro
por segundo, kilómetro **por**
hora, etc., la palabra **por** no
significa multiplicación, sino
metros recorridos en un mi-
nuto, kilómetros recorridos
por cada hora, etcétera.

La mayor velocidad es la de
la luz, igual a 300.000 km/s.

El análisis de estos datos nos muestra que para recorrer cada tramo de 15 m emplea 10 segundos y que la velocidad en cada tramo es siempre de 1,5 m/s.

Estas dos características:

- a) El móvil recorre espacios iguales en tiempos iguales,
- b) La velocidad es constante,

son propias del **movimiento uniforme**.

También notamos que para recorrer el doble de una distancia requiere el doble de tiempo; el triple de distancia el triple de tiempo, etcétera o sea que la distancia recorrida está en proporción directa con el tiempo que se emplea para recorrerla.

Entonces, podemos establecer que:

MOVIMIENTO UNIFORME es aquel en que el espacio recorrido es directamente proporcional al tiempo empleado en recorrerlo.

Cuando un movimiento es uniforme, en base a la fórmula de la velocidad

$$(v = \frac{\Delta s}{\Delta t}) \text{ resultan:}$$

$$\Delta s = v \cdot \Delta t$$

y

$$\Delta t = \frac{\Delta s}{v}$$

lo cual permite resolver diversos problemas, tales como:

Ejemplo 1: Un tren se desplaza a 60 km/h durante 5 horas. Calcular la distancia recorrida:

$$\Delta s = v \cdot \Delta t = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 5 \text{ h} = 300 \text{ km}$$

$$R = 300 \text{ km.}$$

Ejemplo 2: Un avión se desplaza a 180 km/h. ¿Qué tiempo tarda en recorrer 450 km?:

$$\Delta t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{450 \text{ km}}{180} = 2,5 \text{ h} = 2 \text{ h } 30 \text{ min}$$

$$R = 2 \text{ h } 30 \text{ min}$$

$$s = f(t)$$

El espacio recorrido (s) es función (f) del tiempo (t) empleado en recorrerlo.



Ejemplo 3: Un avión viaja de Buenos Aires a Mar del Plata con movimiento uniforme y a una velocidad de 350 km/h. Calcule:

- a) ¿A qué hora partió de Buenos Aires si a las 9,00 horas pasa sobre Pila ubicada a 180 km de aquella?:

$$350 \text{ km} \text{ ————— } 1 \text{ h}$$

$$180 \text{ km} \text{ ————— } x = \frac{180 \text{ km} \cdot 1 \text{ h}}{350 \text{ km}} = 0,514 \text{ h} \approx 31 \text{ min}$$

$$9,00 \text{ h} - 0,514 \text{ h} = 8,486 \text{ h} \approx 8 \text{ h } 29 \text{ min}$$

$$R = 8 \text{ h } 29 \text{ min}$$

- b) ¿A qué distancia de Buenos Aires estará a las 9 h 15 min?

$$9 \text{ h } 15 \text{ min} - 8 \text{ h } 29 \text{ min} = 46 \text{ min}$$

$$60 \text{ min} \text{ ————— } 350 \text{ km}$$

$$46 \text{ min} \text{ ————— } x = \frac{46 \text{ min} \cdot 350 \text{ km}}{60 \text{ min}} = 268,33 \text{ km}$$

$$R = 268,33 \text{ km.}$$

Ecuación horaria del M.R.U.

Consideremos el siguiente caso:

- Deseamos conocer el espacio recorrido (s) hasta las 11,00 h (t), por un avión que circula con movimiento uniforme a una velocidad (v) de 300 km/h, sabiendo que dicho avión pasó por el km 20 (s_0) a las 9,00 h (t_0).

— Los **datos** consignados son:

$$v = 300 \text{ km/h} \quad t_0 = 9,00 \text{ h} \quad t = 11,00 \text{ h} \quad s_0 = 20 \text{ km}$$

— La incógnita es s (espacio recorrido).

- Como en el movimiento uniforme la $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ = constante, resulta:

$$\Delta s = v \cdot \Delta t \quad (1)$$

Sabiendo que $\Delta s = s - s_0$ y $\Delta t = t - t_0$, al

reemplazar en (1) tenemos: $s - s_0 = v \cdot (t - t_0)$

$\approx$: significa aproximadamente.



La **ecuación horaria** permite calcular el espacio recorrido por un móvil en cierto intervalo de tiempo.

Por lo tanto:

$$s = s_0 + v \cdot (t - t_0)$$

Entonces, reemplazando por los datos consignados:

$$s = 20 \text{ km} + 300 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot (11,00 \text{ h} - 9,00 \text{ h}) = 620 \text{ km}$$

La ecuación $s = s_0 + v \cdot (t - t_0)$ recibe el nombre de **ecuación horaria** del movimiento uniforme.

Cuando $t_0 = 0$, la ecuación resulta: $s = s_0 + v \cdot t$

Si, además, $s_0 = 0$ es: $s = v \cdot t$

Representación gráfica del espacio en función del tiempo

En el caso del movimiento uniforme resulta útil representar gráficamente el espacio recorrido en función del tiempo empleado en recorrerlo.

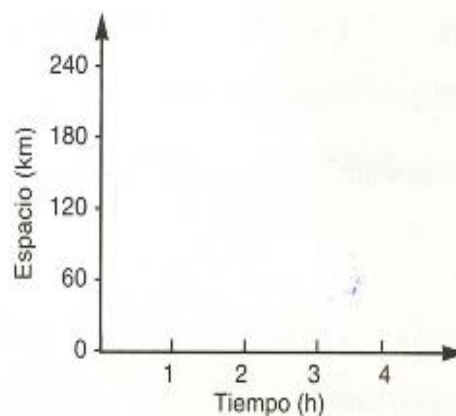
A modo de ejemplo, construiremos el gráfico correspondiente a la siguiente tabla:

Movimiento uniforme de un tren

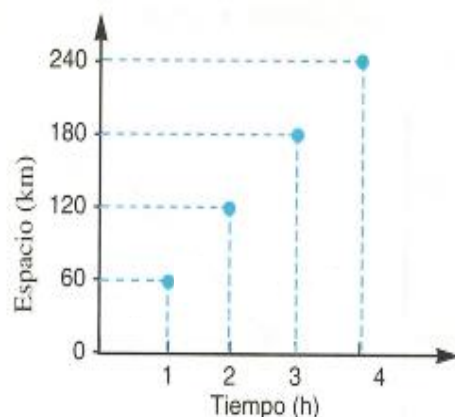
Tiempo (h)	1	2	3	4
Espacio (km)	60	120	180	240

Primero, se traza un sistema de coordenadas, constituido por el eje de la abscisa y el eje de la ordenada (la longitud de ambos ejes debe ser similar).

Luego, sobre el eje de la abscisa, se coloca la escala correspondiente al **tiempo** y sobre el eje de la ordenada los valores correspondientes al **espacio**.

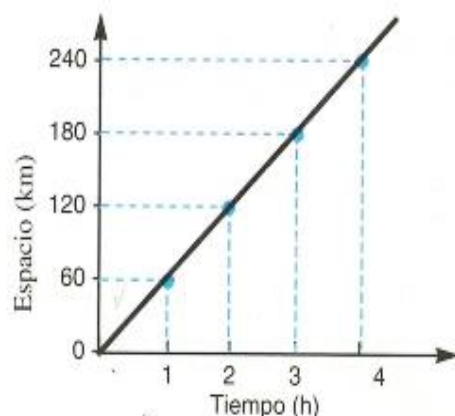


A continuación se procede a determinar los pares relacionados:



Las **representaciones gráficas** facilitan la interpretación visual de los datos.

Finalmente se unen los puntos hallados, obteniéndose la representación gráfica del movimiento uniforme que hemos tomado como ejemplo:



La observación de este gráfico nos muestra que todos los puntos hallados están sobre una misma recta, que suele denominarse **recta representativa**.

Entonces, podemos señalar que:

En el movimiento uniforme, la representación gráfica del espacio recorrido en función del tiempo empleado en recorrerlo es una línea recta.

Cuando $t = 0$ y $s_0 = 0$, la ecuación horaria es $s = v \cdot t$.

Asimismo, se observa que:

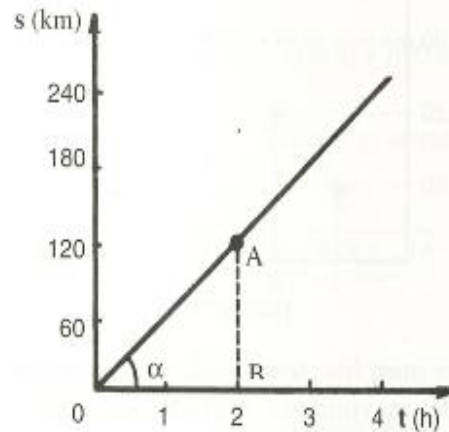
- La recta obtenida pasa por el origen 0, porque en el instante cero ($t=0$), el espacio recorrido es cero ($s = 0$).
- Como $t=0$ y $s=0$, la ecuación horaria resulta $s=v \cdot t$.
- El espacio recorrido es función creciente del tiempo. (El espacio se incrementa a medida que transcurre el tiempo.)
- Se pueden resolver problemas referidos a tiempos o distancias por interpolación.

Interpolación

Obtención de datos entre dos mediciones.

Velocidad y tangente

En la representación gráfica antes realizada, consideremos un punto A de la recta obtenida:



Observemos que $\overline{AB}$ corresponde al espacio recorrido y $\overline{OB}$ al tiempo empleado en recorrerlo. De donde deducimos:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{OB}} = \frac{\text{espacio (s)}}{\text{tiempo (t)}} = \text{velocidad (v)}$$

En este ejemplo $\overline{AB} = 120 \text{ km}$ y $\overline{OB} = 2 \text{ h}$. Por lo tanto:

$$v = \frac{120 \text{ km}}{2 \text{ h}} = 60 \text{ km/h.}$$

En el triángulo rectángulo OAB, el cociente entre el cateto AB (opuesto al ángulo α) y el cateto OB (adyacente al ángulo α) constituye la **tangente del ángulo α** . Por lo tanto, podemos deducir que:

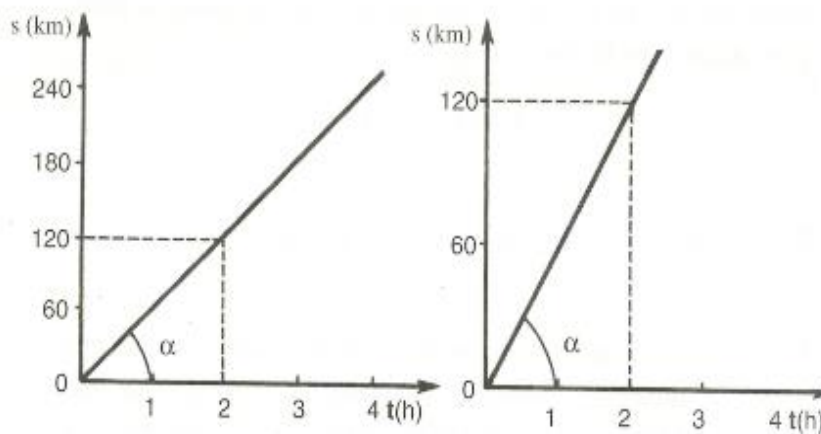
$$\text{tg } \alpha = \frac{\overline{AB}}{\overline{OB}} = v$$

Entonces, en la representación gráfica de un movimiento uniforme:

La tangente del ángulo que forma la recta hallada con el eje de los tiempos representa la velocidad numérica del movimiento.

La tangente del ángulo α expresa la **pendiente** de la recta representativa.

Es necesario tener en cuenta que para calcular esa tangente no se usa el procedimiento habitual (medir el ángulo y luego buscar el valor de la tangente en tablas), sino que se realiza la división entre las cantidades que representan los catetos opuesto y adyacente. Así, por ejemplo:



La pendiente de la recta representativa depende de las escalas utilizadas.

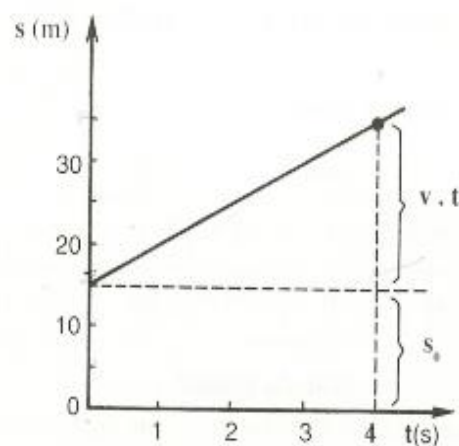
En estas dos representaciones gráficas los ángulos α miden 45° y 65° , respectivamente; pero las tangentes, calculadas de acuerdo con las escalas, representan velocidades iguales (60 km/h). Esto es consecuencia de haber utilizado escalas diferentes para el espacio (s).

Representación gráfica de s en función de t, cuando $s_0 \neq 0$

Consideremos el caso de un móvil que se desplaza con movimiento uniforme a una velocidad de 5 m/s y que en el instante cero ($t=0$) ya ha recorrido un espacio de 15 metros ($s_0 = 15$ m). Los datos correspondientes al desplazamiento de dicho móvil se encuentran en la siguiente tabla:

Tiempo en s (t)	0	1	2	3	4
Espacio en m (s)	15	20	25	30	35

Con estos datos podemos construir la siguiente representación gráfica:



Cuando $t = 0$ y $s_0 \neq 0$, la ecuación horaria es $s = s_0 + v \cdot t$.

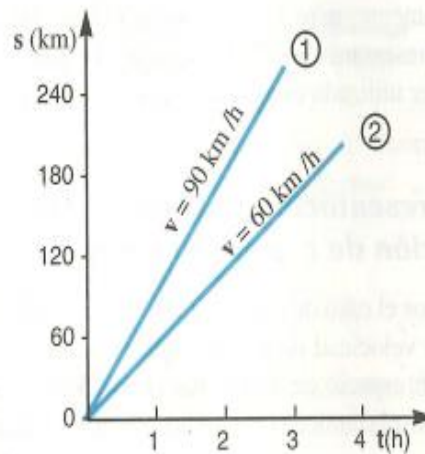
Como en el instante inicial $t = 0$ y $s_0 = 15$ m, la ecuación horaria del movimiento resulta ser:

$$s = s_0 + v \cdot t$$

Representación gráfica para dos móviles con igual t_0

En un mismo sistema de coordenadas, representamos conjuntamente el espacio recorrido en función del tiempo de un tren que circula con M.U. a 60 km/h y el de otro tren que parte a la misma hora, pero con velocidad 90 km/h:

La pendiente de la recta depende de la velocidad.



Observamos que la recta ① posee mayor pendiente que la recta ②. Como están representadas en la misma escala, ello se debe a la diferencia de velocidad.

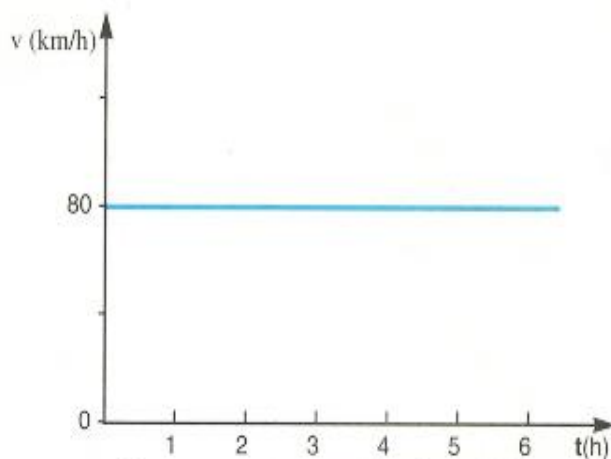
Representación gráfica de la velocidad en función del tiempo

En base a la siguiente tabla:

Movimiento uniforme de un automóvil

Tiempo en h	1	2	3	4	5	6
Velocidad en km/h	80	80	80	80	80	80

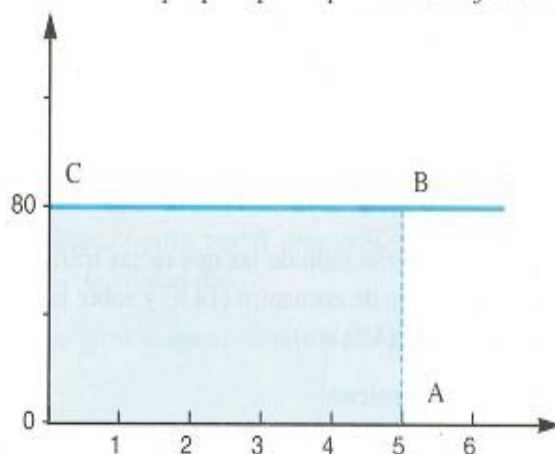
Efectuamos la representación gráfica, colocando el tiempo sobre el eje de las abscisas y la velocidad sobre el eje de ordenadas:



Cuando la velocidad es constante, la recta es paralela al eje de los tiempos.

La representación es una **recta paralela al eje del tiempo** porque **la velocidad es constante**.

En el gráfico que hemos construido, consideremos un rectángulo limitado por los ejes de coordenadas, la recta representativa y una paralela al eje de ordenadas que pasa por el punto A del eje del tiempo:



El área del rectángulo delimitado permite calcular el espacio recorrido en el intervalo de tiempo entre 0 y A.

El área del rectángulo $0ABC = \text{Base} \cdot \text{Altura} = \overline{0A} \cdot \overline{AB}$

Pero la base $\overline{0A}$ representa el tiempo (t) y la altura $\overline{AB}$ corresponde a velocidad (v). Entonces:

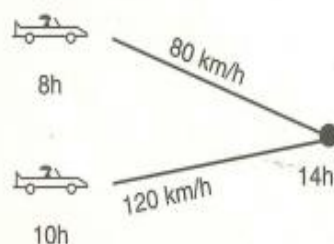
$\text{Área } 0ABC = v \cdot t = s \text{ (espacio)}$

En consecuencia, podemos deducir que:

En la **representación gráfica** de la velocidad en función del tiempo, el **área del rectángulo** determinado por los ejes de coordenadas, la recta representativa y la paralela al eje de las ordenadas que pasa por un cierto punto A del eje del tiempo, **representa el espacio** recorrido por el móvil en el intervalo de tiempo entre 0 y A.

Área

Superficie comprendida dentro de un perímetro.



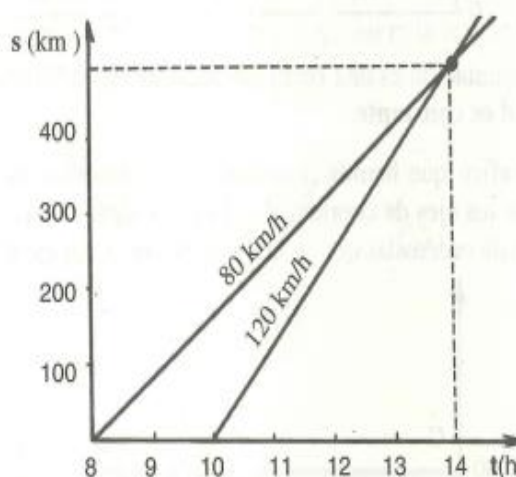
Problemas de aplicación

1) A las 8 h pasa por la localidad A un automóvil con movimiento uniforme a 80 km/h. Dos horas después pasa otro en su persecución a 120 km/h. Calcule a qué hora y a qué distancia de la localidad A, el segundo automóvil alcanza al primero.

Este problema tiene una solución gráfica y otra algebraica:

a) Solución gráfica:

En un sistema de coordenadas se representan ambos movimientos:



El punto de intersección de las dos rectas trazadas indica sobre la abscisa la hora de encuentro (14 h) y sobre la ordenada la distancia recorrida (480 km).

b) Solución algebraica:

- La distancia recorrida Δs por el primer automóvil hasta que se produce el encuentro con el segundo es: $\Delta s = v \cdot \Delta t$
- A su vez, el segundo automóvil recorre igual distancia, pero emplea 2 horas menos: $\Delta s' = v' \cdot (\Delta t - 2 \text{ h})$
- En el punto de encuentro de los dos vehículos $\Delta s' = \Delta s$

Entonces:

$$v' \cdot (\Delta t - 2 \text{ h}) = v \cdot \Delta t$$

$$v' \cdot \Delta t - v' \cdot 2 \text{ h} = v \cdot \Delta t$$

trasponiendo términos:

$$v' \cdot \Delta t - v \cdot \Delta t = v' \cdot 2 \text{ h}$$

sacando factor común (Δt):

$$\Delta t (v' - v) = v' \cdot 2 \text{ h}$$

despejando Δt :

$$\Delta t = \frac{v' \cdot 2h}{v' - v} =$$

reemplazando:

$$\Delta t = \frac{120 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 2 \text{ h}}{120 \frac{\text{km}}{\text{h}} - 80 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = \frac{240 \text{ km}}{40 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 6 \text{ h}$$

El primer automóvil marchó 6 h (Δt) y el segundo 4h ($\Delta t - 2\text{h}$).

Por lo tanto:

$$s = v \cdot \Delta t = 80 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 6 \text{ h} = 480 \text{ km}$$

El segundo automóvil encuentra al primero en un lugar situado a 480 km de la localidad A.

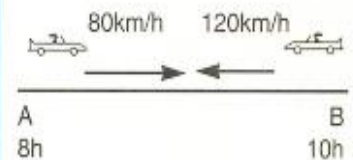
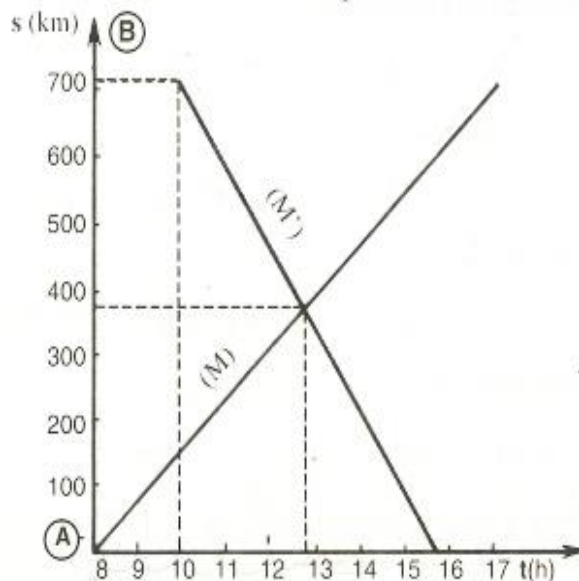
- 2) A las 8 h pasa por la localidad A un automóvil (M) a 80 km/h que se dirige a otra localidad B distante 710 km en línea recta.

Dos horas después pasa por B otro vehículo (M') a 120 km/h en dirección a la localidad A.

Calcule a qué hora se encuentran y a qué distancia de la localidad A.

a) Solución gráfica:

En un sistema de coordenadas se representan ambos movimientos:





De acuerdo con el punto de intersección, la hora de encuentro es: 12h 45 min y la distancia recorrida desde la localidad A: 380 km.

b) Solución algebraica:

- La distancia (s) recorrida desde la localidad A hasta el punto de encuentro es:

$$s = v \cdot t \quad (1)$$

- En el caso del segundo vehículo que se dirige de B hacia A, debe tenerse en cuenta:

- que ha marchado dos horas menos hasta el encuentro: $t - 2 \text{ h}$.
- tiene una distancia inicial (s_0) de 710 km.
- su velocidad se considera negativa por ser de sentido contrario a la del primer automóvil.

Por lo tanto:

$$s' = s_0 + (-v') \cdot (t - 2\text{h}) \quad (2)$$

– Hora de encuentro:

- Como en el punto de encuentro:

$$s = s' \text{ (igual distancia de la localidad A)}$$

es:

$$v \cdot t = s_0 + (-v') \cdot (t - 2\text{h})$$

aplicando propiedad distributiva:

$$v \cdot t = s_0 - v' \cdot t + v' \cdot 2\text{h}$$

trasponiendo términos:

$$v \cdot t + v' \cdot t = s_0 + v' \cdot 2\text{h}$$

sacando factor común (t):

$$t \cdot (v + v') = s_0 + v' \cdot 2\text{h}$$

trasponiendo términos:

$$t = \frac{s_0 + v' \cdot 2\text{h}}{(v + v')}$$

3.4. La velocidad es una magnitud vectorial

Al comenzar el tratamiento del tema velocidad se ha explicado cómo se calcula su medida. Así, expresamos valores tales como 60 km/h, 50 m/s, etcétera.

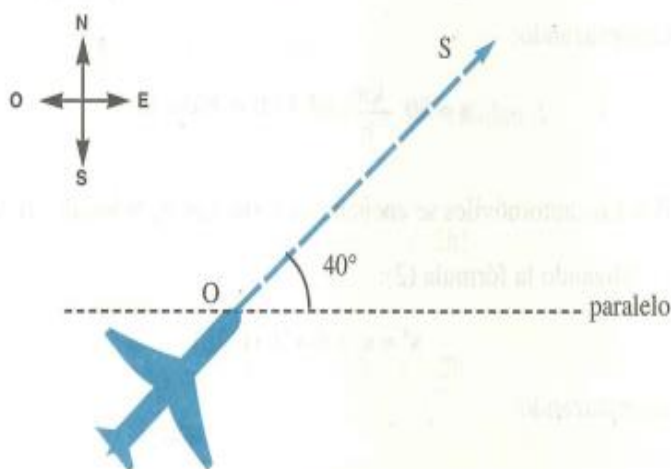
Sin embargo, un mismo valor de velocidad puede tener diferentes direcciones y sentidos. Por ejemplo, un avión puede desplazarse a 800 km/h en dirección Sur-Norte, Este-Oeste, Sudeste-Noroeste, etcétera. A su vez, dentro de cada dirección pueden ser dos sentidos opuestos: un avión se desplaza en dirección Sur-Norte desde el Sur hacia el Norte o desde el Norte hacia el Sur.

Entonces, para precisar la velocidad no es suficiente con señalar su valor, sino que es necesario indicar su dirección y su sentido.

Todos estos datos se reúnen en un segmento orientado (flecha) que recibe el nombre de **vector**:



Así, por ejemplo, en el caso del avión:



En el vector observamos:

- El punto O que indica la posición del avión y que se denomina **origen** o **punto de aplicación**.
- La recta que forma un ángulo de 40° con el paralelo correspondiente a la posición del avión y señala **dirección** del vuelo.
- El extremo S de la flecha muestra que el avión se dirige hacia el noreste. Este es el **sentido** del desplazamiento.



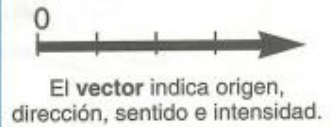
- d) La recta presenta ocho divisiones iguales. Como cada división representa 100 km/h, la velocidad es de 800 km/h. Entonces, la longitud del vector fijada de acuerdo con una escala preestablecida indica el valor o **intensidad** de la velocidad.

Las magnitudes que deben ser representadas por vectores para que queden perfectamente definidas, se denominan **magnitudes vectoriales**.

En consecuencia, podemos establecer que:

La VELOCIDAD es una magnitud vectorial.

Por esta causa, la representación precisa de la velocidad se realiza colocando un pequeño vector ($\rightarrow$) sobre la letra v: $\vec{v}$



Actividades

- 1) Si la trayectoria está representada por la línea de color rojo entonces:

El desplazamiento es igual a cero

El desplazamiento es igual a la distancia

La trayectoria es curvilínea.



- 2) Si decimos que Mario recorrió 100m nos referimos a su:

Trayectoria

Desplazamiento

Distancia



- 3) En qué caso un cuerpo en movimiento tiene un desplazamiento igual a cero?

Cuando mantiene una velocidad constante

Cuando tiene un movimiento curvilíneo

Cuando el punto de partida y el de destino son el mismos

Cuando el movimiento es rectilíneo y no hay cambios de sentido

- 4) Responde V o F. Justifica las F.

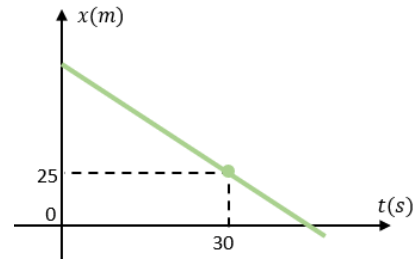
- Para definir un movimiento se necesita un sistema de referencia.
- Trayectoria es el punto donde está el móvil.
- El movimiento uniforme se caracteriza por tener velocidad constante.
- La cinemática describe los movimientos.

- e) La posición es un punto fijo elegido como referencia.
 - f) La velocidad es una magnitud vectorial.
 - g) Cinemática estudia el movimiento, dependiendo de las causas que lo originan.
 - h) La velocidad es el cociente entre las unidades de tiempo y longitud.
- 5) ¿Cuánto tiempo tardaré en completar la distancia de una maratón (42 km) si corro a una velocidad media de 15 km/h?
 - 6) Un barco recorre la distancia que separa Gran Canaria de Tenerife (90 km) en 6 horas. ¿Cuál es la velocidad del barco?
 - 7) Un coche se mueve durante 0,5 h a 40 km/h; después se mueve a 60 km/h durante la siguiente hora. Finalmente durante 0,25 h circula a 20 km/h. ¿Qué distancia total habrá recorrido? Calcula la distancia en cada tramo.
 - 8) Calcula el tiempo que tarda en llegar a la Tierra la luz del Sol si viaja a 300.000 km/s sabiendo que la distancia del Sol a la Tierra es de 150.000.000 km.
 - 9) Un vehículo marcha a 72 km/h, con movimiento rectilíneo uniforme. ¿Cuánto recorre en 3 horas?
 - 10) Un corredor pedestre corre 200 m en 21,6 s. Calcular su velocidad
 - 11) Luego de salir del arma, la velocidad de una bala es de 500 m/s. ¿Cuánto tarda en impactar en un blanco a 200m de distancia?
 - 12) Si un avión tarda 2 segundos en recorrer 160 metros, ¿Cuál es su velocidad?
 - 13) ¿Qué distancia recorrió un móvil que durante un día y medio efectuó una trayectoria rectilínea a una velocidad de 90 km/h?
 - 14) Un camión se mueve a velocidad constante de 90km/h por una autopista recta.
 - a. ¿Qué distancia recorre en 2 horas?
 - b. ¿Cuánto tardará en recorrer 10km?
 - 15) ¿Cuál es la velocidad (en km/h) de un hombre que recorre 100m en 10s?
 - 16) Un avión hidrante vuela a 540 km/h. ¿Qué distancia recorre en 10.10s?
 - 17) ¿Cuánto tardará un avión en recorrer los 300 km que separan dos pueblos si su velocidad es de 30 m/s?
 - 18) Calcular la distancia en metros, recorrida por un móvil que en un cuarto de hora ha desarrollado una velocidad de 1,8 km/h.

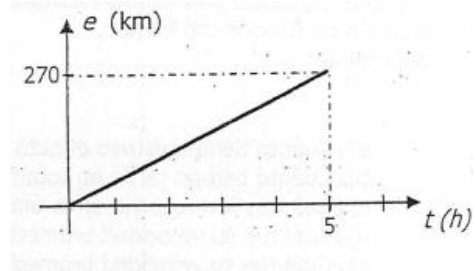
- 19) Un cuerpo recorre una distancia de 480 km/h a una velocidad de 3200 m/min con MRU. Calcular el tiempo empleado.
- 20) ¿A qué velocidad debe circular un auto de carreras para recorrer 50km en un cuarto de hora?
- 21) Una bicicleta circula en línea recta a una velocidad de 15km/h durante 45 minutos. ¿Qué distancia recorre?
- 22) Si un avión tarda 2 segundos en recorrer 160 metros, ¿cuál es su velocidad en km/h?
- 23) Sabiendo que la velocidad del sonido es de 343,2 m/s, ¿a cuántos kilómetros de distancia se produce un trueno que tarda 6 segundos en oírse?
- 24) Una moto pasa a las 10.15h por el mojón que señala el kilómetro 30 de una ruta y marcha todo el tiempo a 80km/h. ¿Dónde estará a las 15h?
- 25) Una familia viaja a Mar del Plata en auto. Pasa por Chascomús (mojón 100) las 15h. Pasa por Las Armas (mojón 340) a las 18h. Si el auto mantuvo una velocidad constante, ¿A qué velocidad circulaba?
- 26) A la una de la mañana, un automóvil pasa por el mojón 50 de la ruta nacional N°12. Se sabe que mantiene velocidad constante y pasa por el mojón 200 a las 2:15h. Determinar la velocidad que mantiene el automóvil.
- 27) Un auto circula a una velocidad de 80km/h pasa en un determinado instante por el mojón 100 de una ruta. ¿Cuánto tardará en pasar por el mojón 500?
- 28) Una moto que circula a 60km/h pasa por el mojón 100 a las 8:00h. Determinar
a) ¿A qué hora pasará por el mojón 400? b) En qué km de la ruta se encontrará a las 15:00h?
- 29) Un auto de fórmula 1, recorre la recta de un circuito, con velocidad constante. En el tiempo $t_1 = 0,5$ s y $t_2 = 1,5$ s, sus posiciones en la recta son $x_1 = 3,5$ m y $x_2 = 43,5$ m. Calcular:
a) ¿A qué velocidad se desplaza el auto?
b) ¿En qué punto de la recta se encontraría a los 3 s?
- 30) Graficar la velocidad en función del tiempo y el espacio en función del tiempo de un movimiento rectilíneo uniforme conociendo los siguientes datos: $v = 20$ km/h y $t = 5$ h.

31) Un corredor recorre 200m en 20s. Calcular su velocidad en km/h, hacer las gráficas del movimiento.

32) Un niño con una bicicleta recorre el tramo rectilíneo de una ciclovía manteniendo una velocidad constante de 2.5 m/s. El diagrama muestra la trayectoria y posición del niño, ¿cuál será su posición en el instante $t = 18\text{s}$?

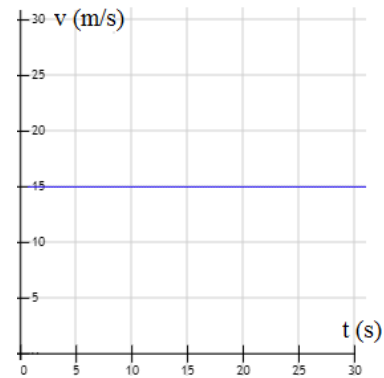


33) Determinarla velocidad en m/s del móvil cuyo movimiento es representado por el siguiente gráfico, en el intervalo de tiempo representado.



34) ¿A qué velocidad circula el móvil cuya gráfica de velocidad en función del tiempo es la siguiente?

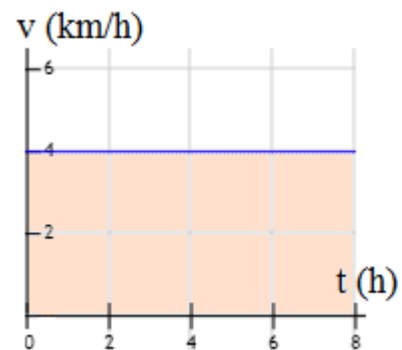
¿Qué distancia recorre el móvil si el movimiento dura 1 minuto?



35) Un objeto del espacio se mueve en línea recta con velocidad constante y la gráfica de su movimiento es la siguiente:

Responde:

- ¿Cuál es su velocidad?
- ¿Qué distancia recorre en 8 horas?
- ¿Cuál es el área del rectángulo coloreado en naranja?
- ¿Sabrías decir cuál es la relación del área coloreada con el movimiento?



Movimiento rectilíneo variado (M.R.V.)

Hasta ahora se han considerado movimientos uniformes, pero en la realidad los móviles experimentan variaciones en la velocidad durante sus desplazamientos. Así, por ejemplo, un automóvil puede marchar a 100 km/h en un tramo, luego tiene que disminuir a 60 km/h por inconvenientes en el tránsito, después acelera nuevamente y así se producen constantes cambios en la rapidez de su desplazamiento.

Entonces, se puede definir:

MOVIMIENTO VARIADO es aquel cuya velocidad experimenta modificaciones (es decir, que no es constante).

Cuando un ómnibus de pasajeros se dirige de Buenos Aires a Mendoza recorre unos 1.000 km en 16 horas. Su movimiento es variado: al partir, la velocidad va creciendo, hay momentos en que llega a los 100 km/h, luego decrece porque se acerca a una curva o se interpone un camión, etcétera. No se puede hablar entonces de una velocidad constante porque ella cambia continuamente, pero sí se puede calcular un promedio de la velocidad del ómnibus, porque se conoce la distancia recorrida y el tiempo transcurrido entre la salida y la llegada. A dicho promedio se lo denomina **velocidad media** y es igual al cociente entre el espacio recorrido (Δs) y el tiempo empleado en recorrerlo (Δt):

$$V_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

En el ejemplo que estamos considerando:

$$V_m = \frac{1.000 \text{ km}}{16 \text{ h}} = 62,5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Podemos observar que la fórmula de la velocidad media es la misma que se utiliza en el movimiento uniforme. Por lo tanto, se puede deducir que si el ómnibus hubiese circulado con movimiento rectilíneo uniforme a 62,5 km/h también habría demorado 16 horas para llegar a Mendoza.

Generalizando:

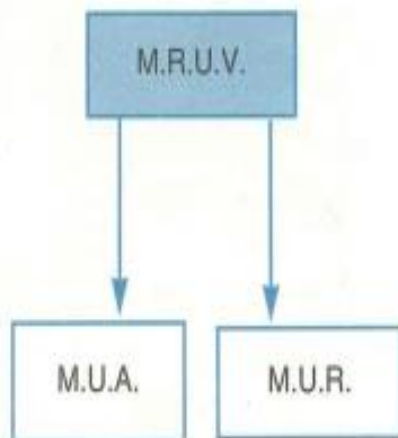
La VELOCIDAD MEDIA DE UN MÓVIL, en un cierto intervalo de tiempo, coincide con la velocidad del movimiento uniforme que dicho móvil debería tener para recorrer el mismo espacio en igual tiempo.



El velocímetro de un automóvil indica la velocidad en un instante determinado o **velocidad instantánea**.



La **velocidad media** de un caracol se estima en 0,06 m/min (3,6 m/h)



4.1. El movimiento rectilíneo uniformemente variado (M.R.U.V.)

Entre los movimientos variados hay algunos que presentan regularidades que facilitan su estudio. Así, cuando un esquiador se desliza por una pendiente, su velocidad aumenta gradualmente, siendo cada vez mayor a medida que transcurre el tiempo.

Un efecto similar se logra si se deja rodar libremente una pequeña esfera de madera por un plano inclinado.

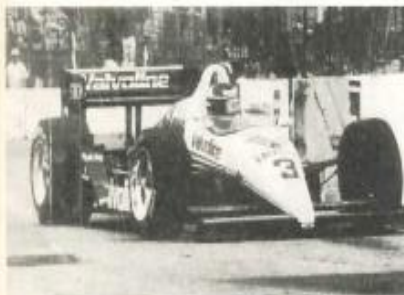
MOVIMIENTO UNIFORMEMENTE VARIADO es aquel que, en tiempos iguales, experimenta variaciones idénticas en su velocidad.

$$\Delta v \propto \Delta t$$

$\propto$ = símbolo de proporcionalidad

Movimiento uniformemente acelerado (M.U.A.) es aquel que, en tiempos iguales, **aumenta** su velocidad en valores iguales.

Movimiento uniformemente retardado (M.U.R.) es aquel que, en tiempos iguales, **disminuye** su velocidad en valores idénticos.



4.1.1. La aceleración en el M.R.U.V.

En un movimiento uniformemente variado, la proporcionalidad existente entre las variaciones de la velocidad y los tiempos en que se producen, permite identificar una constante característica de los movimientos uniformemente variados, denominada **aceleración**.

Consideremos el siguiente caso:

- Un automóvil parte y su velocidad va registrando los siguientes valores: en 1 segundo, 4 m/s; en 2 segundos, 8 m/s; en 3 segundos, 12 m/s; en 4 segundos, 16 m/s; en 5 segundos, 20 m/s.

Al efectuar el cociente entre las variaciones de la velocidad (Δv) y los tiempos en que ocurren (Δt) se obtienen los siguientes resultados:

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{4 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1 \text{s}} = \frac{8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \text{s}} = \frac{12 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3 \text{s}} = \frac{16 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4 \text{s}} = \frac{20 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5 \text{s}} = 4 \frac{\frac{\text{m}}{\text{s}}}{\text{s}} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \text{constante}$$

Este resultado indica que la velocidad varía en 4 m/s por cada segundo que transcurre.

Con el mismo procedimiento, en todos los **movimientos uniformemente variados** es posible hallar un valor constante que expresa la **variación de la velocidad en la unidad de tiempo** y que recibe el nombre de **aceleración (a)**.

En consecuencia, se puede establecer:

ACELERACIÓN (a) es el cociente entre la **variación de la velocidad (Δv)** y el **tiempo (Δt)** en que ocurre dicha **variación**.

De acuerdo con esta definición, resulta la siguiente **fórmula de la aceleración**:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

a = aceleración.

Δv = variación de la velocidad.

Δt = variación del tiempo.

En el ejemplo que estamos considerando el movimiento es **uniformemente acelerado** y en él la **aceleración** tiene un resultado **positivo** ($a = 4 \text{ m/s}^2$).

Pero, ¿cuál es el signo de la aceleración cuando el movimiento es **uniformemente retardado**?

Para responder a esta cuestión, resolvamos el siguiente caso:

— *Calcúlese la aceleración de un automóvil que va deteniendo su marcha con M.R.U.V., sabiendo que en un cierto instante su velocidad es de 20 m/s (V_0) y 15 segundos después (t) disminuye a 5 m/s (V_f).*

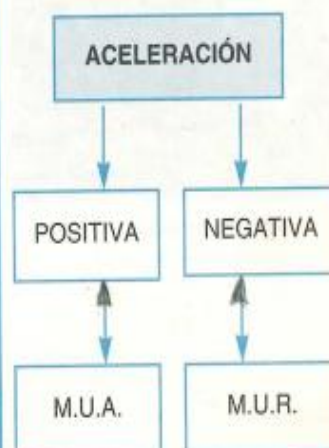
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{V_f - V_0}{t} = \frac{5 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{15 \text{ s}} = \frac{-15 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{15 \text{ s}} = -1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Observamos que el resultado presenta signo **negativo** y esto se da porque en un movimiento **uniformemente retardado** la velocidad disminuye a medida que pasa el tiempo.

En síntesis:

Cuando la **aceleración es positiva** el movimiento se denomina **uniformemente acelerado** y cuando es **negativa**, **uniformemente retardado**.

La **aceleración** indica la **variación de la velocidad** en la **unidad de tiempo**.



Unidades de aceleración

km/h²
km/s²
m/s²
cm/s²



Largada carrera de motos.

Deducciones

A partir de la fórmula de la aceleración, se deduce que:

$$\Delta v = a \cdot \Delta t$$

y

$$\Delta t = \frac{\Delta v}{a}$$

Unidades de aceleración

Como la aceleración es el cociente entre la variación de la velocidad y el tiempo en que transcurre dicha variación, la **unidad de aceleración** resulta del cociente entre la unidad de velocidad y la unidad de tiempo.

Así, por ejemplo, si la unidad con que se mide la velocidad es km/h y la unidad para el tiempo es h, tendremos:

$$\frac{\text{Unidad de velocidad}}{\text{Unidad de tiempo}} = \frac{\frac{\text{km}}{\text{h}}}{\text{h}} = \frac{\text{km}}{\text{h}^2} = \text{unidad de aceleración}$$

Es conveniente utilizar las unidades establecidas por el SIMELA, que son: a) Velocidad: m/s y b) Tiempo: segundo (s). Entonces:

$$\frac{\frac{\text{m}}{\text{s}}}{\text{s}} = \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \text{unidad de aceleración SIMELA}$$

De modo que:

La **unidad de aceleración SIMELA** es la aceleración del móvil que, en cada segundo, varía su velocidad en un m/s.

4.1.2. La velocidad en el M.R.U.V.

Para efectuar el estudio de la velocidad en los movimientos uniformemente variados, vamos a considerar tres situaciones:

- Un móvil que desde una posición de reposo (velocidad inicial igual a cero) parte con M.R.U.A.
- Un móvil que ya se está desplazando y adquiere un M.R.U.A.
- Un móvil que ya se está desplazando y adquiere un M.R.U.R.

• **Caso 1: Móvil que parte con M.R.U.A**

Consideremos el siguiente ejemplo:

— Un automóvil que, luego de estar detenido, sale con una aceleración (a) de 2 m/s^2 . ¿Cuál es su velocidad (V_f) al cabo de 5 segundos (t)?:

Sabemos que: $\Delta v = a \cdot \Delta t$ (1)

pero $\Delta v = V_f - V_o$. Como el automóvil parte de una posición de reposo, la velocidad inicial (V_o) es igual a cero ($V_o = 0$). Entonces $\Delta v = V_f$

Por otra parte $\Delta t = t - t_o$ pero $t_o = 0$ luego: $\Delta t = t$

En consecuencia, la ecuación (1) resulta:

$$V_f = a \cdot t$$

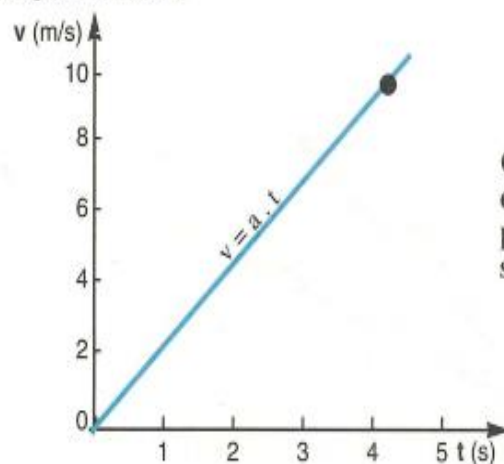
Reemplazando por los valores del caso planteado:

$$V_f = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ s} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

R = Al cabo de 5 segundos la velocidad es de 10 m/s .

Representación gráfica

La velocidad del movimiento uniformemente acelerado que hemos considerado, en función del tiempo, se puede representar gráficamente del siguiente modo:



Como la velocidad es directamente proporcional al tiempo, se obtiene una recta.

En el siguiente gráfico podemos señalar el triángulo rectángulo ABC y el ángulo α que forma la recta con el eje de los tiempos (abscisa):

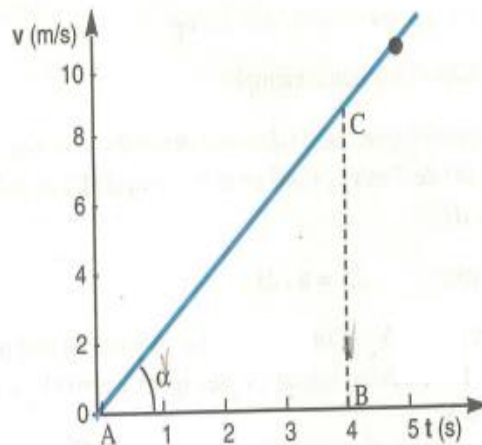


Al iniciar la marcha
 $v = 0$ y $t = 0$.

Cuando una magnitud es **directamente proporcional** a otra, su representación gráfica da una **recta**.



En un movimiento uniformemente variado, la velocidad es función lineal del tiempo.
 $V = f(t)$



Sabemos que:

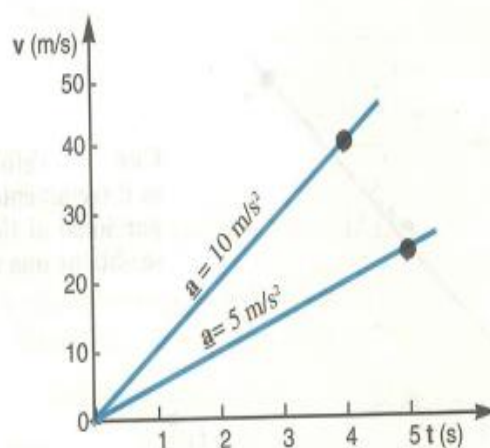
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{BC}{AB} \quad (\operatorname{tg} \alpha = \text{tangente del ángulo } \alpha)$$

pero $BC = \Delta v$ y $AB = \Delta t$.

$$\text{Luego: } \operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} = a \text{ (aceleración)}$$

Entonces, en el gráfico de la velocidad en función del tiempo, la **aceleración está representada por la tangente del ángulo que forma la recta obtenida con el eje de los tiempos.**

Cuando en un mismo sistema de coordenadas se representa la velocidad en función del tiempo de dos M.R.U.V., como por ejemplo: uno cuya aceleración es de 10 m/s^2 y otro con aceleración de 5 m/s^2 , se obtiene el siguiente gráfico:



Al efectuar el análisis de este gráfico, resulta fácil advertir que cuando la aceleración es menor, la recta presenta menos inclinación.

• **Caso 2: Móvil en movimiento que adquiere un M.R.U.A.**

Analicemos el siguiente caso:

— Una motocicleta que se desplaza a una velocidad (V_0) de 10 m/s entra en una pendiente y adquiere una aceleración (a) de 1,5 m/s². ¿Cuál es su velocidad (V_f) al cabo de 10 segundos (t)?:

Sabemos que: $\Delta v = a \cdot \Delta t$ (1)

pero $\Delta v = V_f - V_0$ y $\Delta t = t - t_0$, luego, como $t_0 = 0$ es $\Delta t = t$

Entonces, reemplazando en (1), resulta:

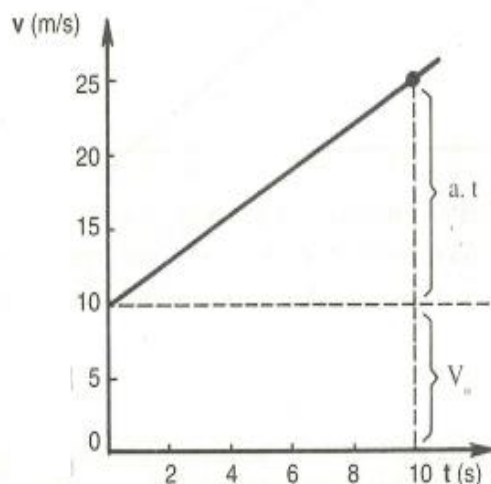
$$V_f - V_0 = a \cdot t \quad \text{de donde} \quad \boxed{V_f = V_0 + a \cdot t}$$

Utilizando esta ecuación con los datos del problema:

$$V_f = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10 \text{ s} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} = V_f = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Representación gráfica

La velocidad del M.R.U.A. analizado se puede representar en función del tiempo, de la siguiente forma:



La recta obtenida no pasa por el origen (0), sino que corta al eje de las velocidades en el punto correspondiente a la velocidad inicial (V_0).

• **Caso 3: Móvil con M.R.U.R**

Consideremos el siguiente ejemplo:

Un tren que se desplaza con M.R.U.V. en un determinado instante marcha a 20 m/s (V_0) y 10 segundos (t) después a 3 m/s (V_f). ¿Cuál es su aceleración (a)?



Al descender por una pendiente, el móvil adquiere una **aceleración**.



En un M.R.U.R. la
aceleración es negativa.

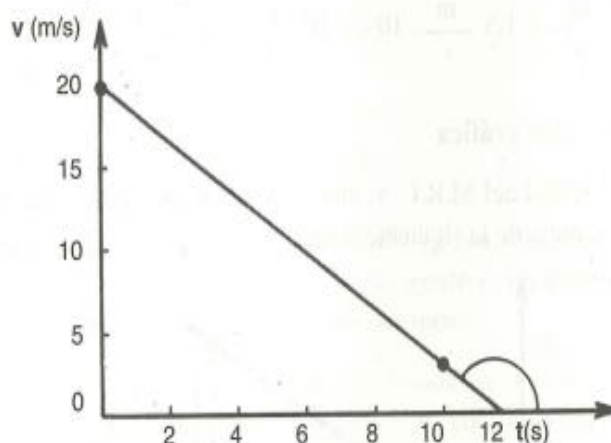
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \left\{ \begin{array}{l} \Delta v = V_f - V_o = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} = -17 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ \Delta t = 10 \text{ s} \end{array} \right.$$

$$a = \frac{-17 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10 \text{ s}} = -1,7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

R = La aceleración es de $-1,7 \text{ m/s}^2$.

Representación gráfica

La velocidad en función del tiempo del M.R.U.R. que estamos considerando, se puede representar así:



La recta obtenida en este caso forma un ángulo obtuso (α) con el eje de los tiempos. La tangente de dicho ángulo, que representa la aceleración, es negativa. (Esto coincide con el resultado matemático antes hallado.)

En resumen:

- En los movimientos uniformemente variados, la velocidad que adquiere un móvil en un determinado instante depende de la aceleración y el tiempo que ha transcurrido.
- La velocidad de un movimiento uniformemente variado se puede calcular con las siguientes fórmulas:
 - a) $V_f = a \cdot t$, cuando el móvil parte de una posición de reposo ($V_o = 0$).
 - b) $V_f = V_o + a \cdot t$, cuando el móvil está en movimiento ($V_o \neq 0$).
- En la representación gráfica de la velocidad en función del tiempo de un M.R.U.V., la tangente del ángulo que forma la recta obtenida con el eje de los tiempos representa la aceleración.

El espacio recorrido por un móvil en un cierto tiempo se calcula por medio de la **ecuación horaria**.

4.1.3. La ecuación horaria en el M.R.U.V.

Como el espacio recorrido por un móvil depende del tiempo de marcha, trataremos de descubrir la ecuación que relaciona estas dos magnitudes.

A partir de la generalización efectuada al tratar el movimiento rectilíneo variado: "La velocidad media de un móvil, en un cierto intervalo de tiempo, coincide con la velocidad del movimiento uniforme que dicho móvil debería tener para recorrer el mismo espacio en igual tiempo", podemos escribir:

$$s = V_m \cdot \Delta t \quad \text{y como} \quad \begin{cases} V_m = \frac{V_o + V_f}{2} \\ V_f = a \cdot \Delta t \end{cases}$$

considerando $V_o = 0$

$$s = \frac{V_f}{2} \cdot \Delta t \longrightarrow s = \frac{a \cdot \Delta t}{2} \cdot \Delta t$$

y operando:

$$s = \frac{1}{2} a \cdot (\Delta t)^2$$

cuando $V_o \neq 0$:

$$s = V_o \cdot \Delta t + \frac{1}{2} a \cdot (\Delta t)^2 \quad \text{donde} \quad \begin{cases} V_o \cdot \Delta t = s \text{ con M.R.U.} \\ \frac{1}{2} a \cdot (\Delta t)^2 = s \text{ con M.U.V.} \end{cases}$$

Si además existe espacio inicial (s_o):

$$s = s_o + V_o \cdot \Delta t + \frac{1}{2} a \cdot (\Delta t)^2$$

Esta ecuación se conoce con el nombre de **ecuación horaria del movimiento uniformemente variado**.

Como hemos visto, cuando $V_o = 0$ y $s_o = 0$, la ecuación horaria resulta:

$$s = \frac{1}{2} a \cdot (\Delta t)^2$$

En un M.R.U.V., la distancia recorrida por el móvil depende del **cuadrado del tiempo**.

En este caso, la distancia recorrida por el móvil es **directamente proporcional** al cuadrado del tiempo. Así, si en 3 segundos recorre 5 metros, en el doble de tiempo (6 s) recorrerá $2^2 = 4$ veces más, o sea 20 metros; en el triple (9 s) recorrerá $3^2 = 9$ veces más, o sea 45 metros, etcétera.

En los otros casos en que $V_0 \neq 0$ y $s_0 \neq 0$, la distancia recorrida por el móvil, si bien depende del cuadrado del tiempo, no lo es en forma directamente proporcional.

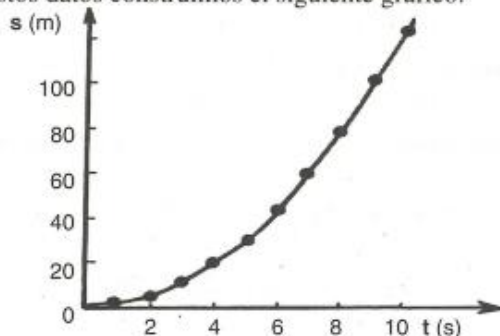
Representación gráfica de la ecuación horaria

En el movimiento uniformemente variado resulta ilustrativo representar gráficamente el espacio recorrido en función del tiempo empleado en recorrerlo.

A modo de ejemplo, consideramos el caso de un automóvil de carrera que parte con M.R.U.V. registrando los siguientes datos:

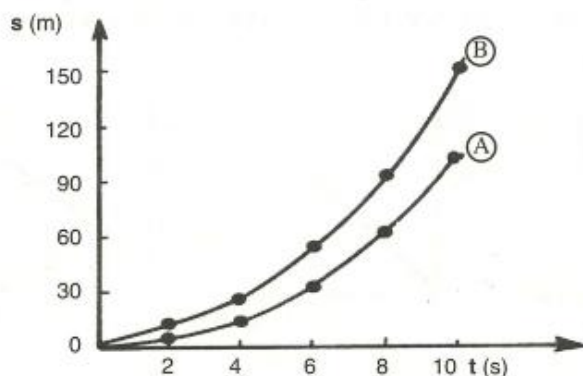
Tiempo (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Espacio (m)	0	1,25	5,00	11,25	20,00	31,25	45,00	61,25	80,00	101,25	125,00

Con estos datos construimos el siguiente gráfico:



La representación gráfica del espacio en función del tiempo en el M.R.U.V. origina una línea curva denominada **parábola**.

La forma de la parábola depende de la aceleración. Así, si tomamos como ejemplo dos automóviles que salen simultáneamente con M.R.U.V., pero uno (A) con $a = 2 \text{ m/s}^2$ y el otro (B) con $a = 3 \text{ m/s}^2$ se obtiene el siguiente gráfico:



Observamos que la parábola correspondiente al automóvil (B), que tiene mayor aceleración, crece más rápidamente.



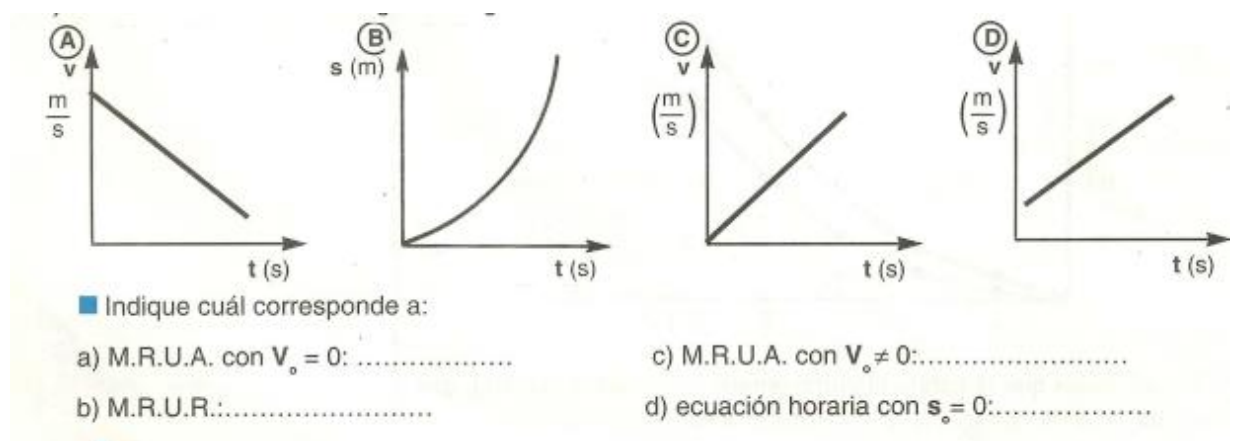
El chorro de agua que sale de una manguera describe una **parábola**.

Actividades:

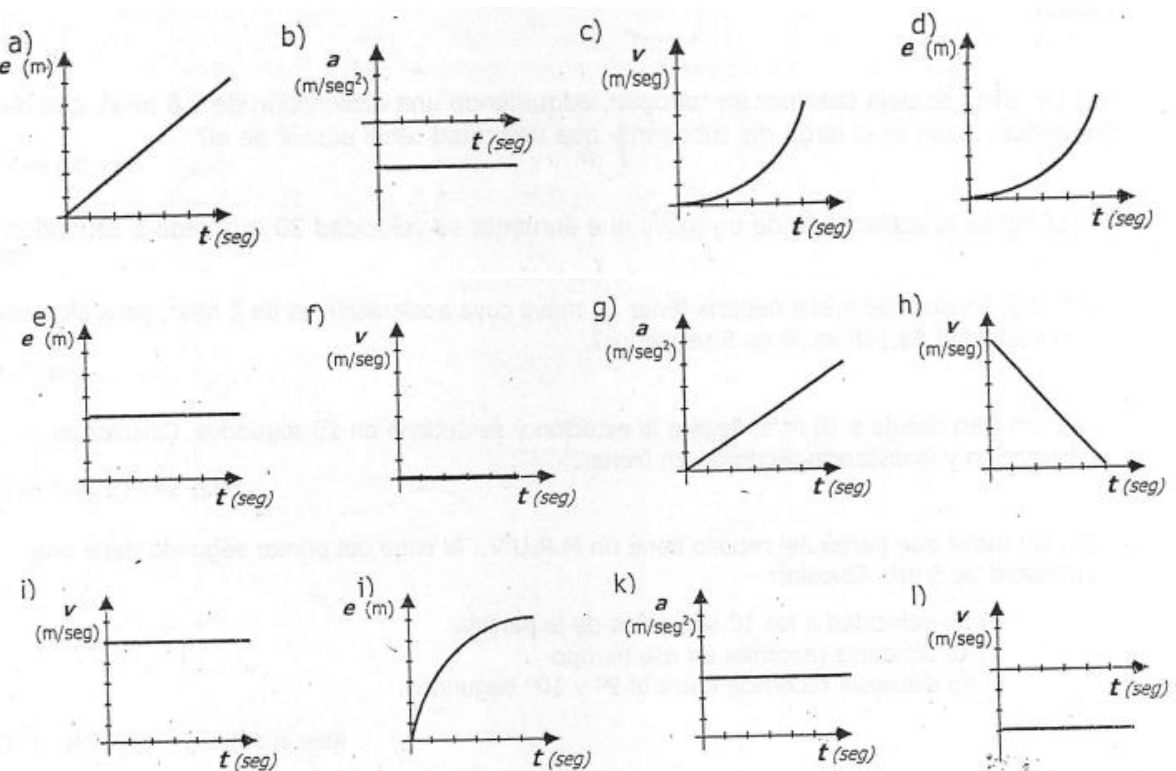
- 1) Un automóvil que viaja a una velocidad de 30m/s comienza a frenar y al cabo de 4s su velocidad es de 18m/s . ¿Cuál es la aceleración en ese intervalo de tiempo?
- 2) Calcular la velocidad que posee un cuerpo que parte del reposo al cabo de $2,4$ minutos si su aceleración es de $0,5\text{ m/s}^2$.
- 3) ¿Cuánto tardara un móvil, que parte del reposo, con una aceleración de $9,8\text{m/s}^2$ en alcanzar una velocidad de 100km/h ?
- 4) ¿Qué velocidad inicial debería tener un móvil cuya aceleración es de 2m/s^2 , para alcanzar una velocidad de 108km/h en 5s ?
- 5) Calcular la aceleración de un móvil que en 20s , partiendo del reposo, adquiere una velocidad de 60m/s .
- 6) ¿Cuál es la velocidad de un móvil a los 2 minutos si parte del reposo con una aceleración de $0,8\text{m/s}^2$?
- 7) Un coyote posee una velocidad de 12m/s y una aceleración de 2m/s^2 . ¿Cuánto tardará en adquirir una velocidad de 144km/h ?
- 8) Un móvil posee una aceleración $-0,25\text{m/s}^2$ y alcanza una velocidad de 90km/h en 1 minuto. ¿Cuál era su velocidad inicial?
- 9) Un vehículo parte del reposo y alcanza una velocidad de 72km/h en 20s . Calcula su aceleración?
- 10) Una bicicleta entra en una pendiente con una velocidad de 36km/h y adquiere una aceleración debida a la pendiente de $0,5\text{m/s}^2$. Si la bajada dura 8s , ¿Cuál es la velocidad con que sale de la pendiente?
- 11) ¿Qué velocidad tenía un vehículo si los frenos producen una aceleración de -4m/s^2 y tardó 7s en detenerse (en km/h)?
- 12) Un móvil tiene una velocidad de 30m/s , comienza a desacelerar a razón de $0,5\text{m/s}^2$. ¿Cuánto tiempo tardo en detenerse?
- 13) Un móvil pasa por A con una velocidad de 45km/h y por B a razón de 60km/h . ¿Cuál es su aceleración si tardo en cubrir la distancia AB 2 minutos?
- 14) Una bicicleta entra en una pendiente y adquiere una aceleración de $0,5\text{m/s}^2$. Si la bajada dura 8s y sale de la misma con una velocidad de $50,4\text{km/h}$, ¿Cuál era la velocidad al entrar a la pendiente?

- 15) Un automóvil se encuentra detenido en un semáforo. Al encender la luz verde del mismo el conductor del automóvil inicia una aceleración de $2,5\text{m/s}^2$ durante 12s. Determinar la velocidad lograda por el móvil en km/h.
- 16) Una moto que circula a 36km/h, en cierto momento inicia una aceleración de 2m/s^2 que le permite alcanzar una velocidad de 80km/h. ¿Cuánto tardó en lograr esa velocidad?
- 17) Un auto marcha a 3m/s y acelera 7m/s^2 . Calcula el recorrido alcanzado luego de 4s.
- 18) Un ciclista se mueve con una velocidad de 6m/s de pronto llega a una pendiente suave en donde acelera a razón de $0,4\text{m/s}^2$ terminando de recorrer la pendiente en 10s. Halle la longitud de la pendiente.
- 19) Una motocicleta, que sale de la posición de reposo, alcanza una velocidad de 80km/h al cabo de 15s, desplazándose con aceleración constante. ¿Qué espacio recorrió en ese tiempo?
- 20) Un automóvil que viaja a una velocidad de 28m/s, comienza a frenar con una aceleración negativa de 4m/s^2 . ¿Qué tiempo tarda en detenerse? ¿Qué espacio recorre en 3s?
- 21) Un camión parte del reposo, a los 8s posee una velocidad de 90km/h, si su aceleración es constante, calcular: ¿Cuánto vale la aceleración? ¿Qué espacio recorrió en esos 8s? ¿Qué velocidad tendrá a los 29s?
- 22) Una moto parte del reposo con una aceleración de 3m/s^2 constante. ¿Qué velocidad tendrá después de 25s? ¿Qué espacio recorrió en esos 25s?
- 23) Un móvil posee una velocidad de 15m/s, adquiere una aceleración de $0,5\text{m/s}^2$. ¿Cuál será la velocidad al cabo de 40s y el espacio recorrido?
- 24) Un cuerpo posee una velocidad inicial de 90km/h y recorre 500m en 14s. ¿Qué aceleración adquiere y que velocidad poseerá en ese tiempo?
- 25) Un ciclomotor circulaba a 72km/h. Su conductor, en un determinado momento aplica los frenos que le producen una aceleración de -2m/s^2 . Determinar el tiempo que tardó en frenar y la distancia recorrida en esa frenada.

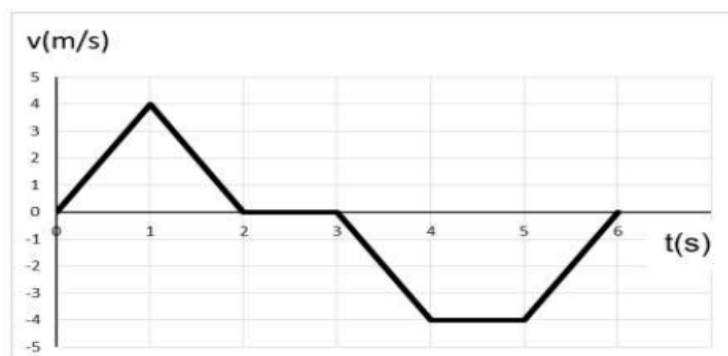
26) Teniendo en cuenta los siguientes gráficos:



27) Indicar para los siguientes gráficos si corresponden a un móvil en reposo, con MRU, MRUV o ninguno de ellos.



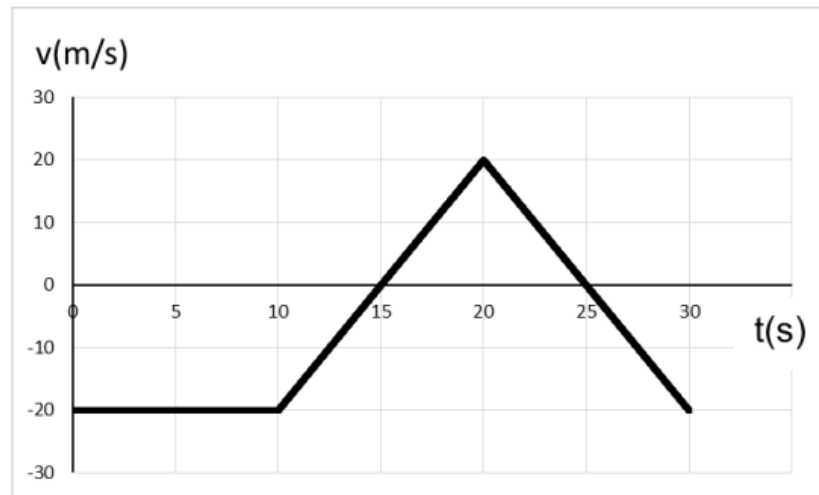
28) A partir de la información de la gráfica, responda las siguientes preguntas:



- a) ¿En qué intervalo/os de tiempo el móvil estuvo en reposo?
- b) ¿En qué intervalo/os de tiempo el móvil realizó MRU?
- c) ¿En qué intervalo/os de tiempo el móvil se desplazó en sentido positivo y en cuáles negativo?
- d) ¿En qué intervalo/os de tiempo el móvil realizó MRUV DESACELERADO?
- e) ¿En qué intervalo/os de tiempo el móvil realizó MRUV ACELERADO?

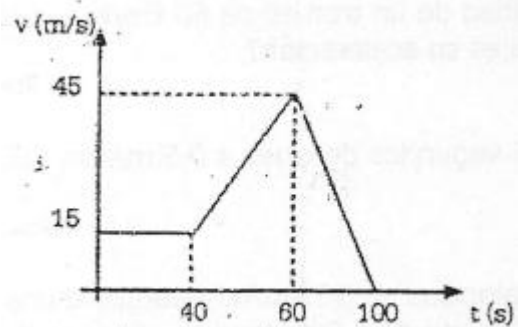
29)

A partir de la información de la gráfica, responda las siguientes preguntas: *

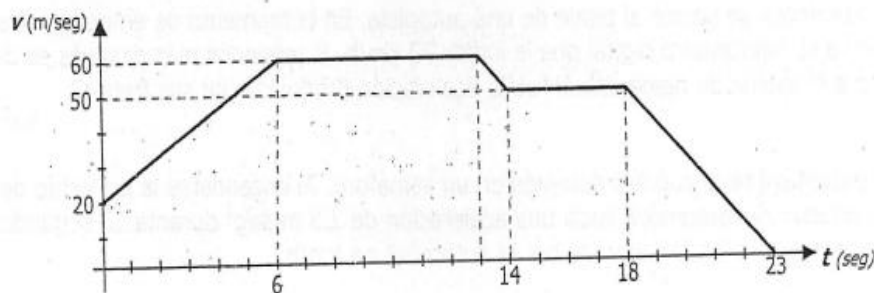


- a) ¿En qué intervalo/os de tiempo el móvil realizó MRU?
- b) ¿En qué intervalo/os de tiempo el móvil se desplazó en sentido positivo y en cuáles en sentido negativo?
- c) ¿En qué instante/es el móvil cambió el sentido de su movimiento?
- d) ¿En qué intervalo/os de tiempo el móvil realizó MRUV DESACELERADO?
- e) ¿En qué intervalo/os de tiempo el móvil realizó MRUV ACELERADO?

30) La gráfica de la figura representa el movimiento de una partícula a lo largo de una trayectoria rectilínea. Determinar, en cada tramo. El tipo de movimiento, la aceleración y el espacio recorrido en cada tramo.



31) El siguiente grafico representa los cambios de velocidad de un móvil durante un recorrido. Determinar el espacio total recorrido por el móvil en el lapso de tiempo graficado.



- 32) La distancia entre dos estaciones es 1,5km. La primera mitad del recorrido se realiza con MUA y la segunda mitad con MUD. La velocidad máxima que desarrolla el móvil es de 50km/h. Determinar la aceleración en el primer tramo. Si en el segundo tramo llega a detenerse hallar la desaceleración y duración del mismo.
- 33) Un móvil posee una velocidad constante de 15 m/s durante el recorrido rectilíneo de una distancia de 0,3 km. Luego de la misma comienza a experimentar un cambio uniforme de la velocidad, hasta alcanzarla a 126 km/h en un tiempo de 8 segundos; para después experimentar nuevamente otro cambio uniforme de la velocidad durante 5 segundos hasta detenerse.
- 1) Identifique y nombre los tipos de movimiento que registra el móvil en todo el recorrido.
 - 2) Indique los datos de las variables, aportados por el problema, para cada uno de los movimientos identificados.
 - 3) Calcule el espacio total recorrido por el móvil.
 - 4) Calcule el tiempo de todo el recorrido del móvil.
 - 5) Graficar $v(t)$ para este problema.
- 34) Un móvil registra a los 0 segundos una velocidad de 144 km/h y experimenta durante 1 min 5 s, un cambio uniforme de la velocidad hasta alcanzar un valor de 27 km/h, describiendo una trayectoria recta. Luego mantiene constante esa velocidad haciendo un recorrido de 2,55 km hasta que vuelve a cambiar uniformemente su velocidad durante un tiempo de dos minutos y medio en el que se detiene.
- 1) Identifique y nombre los tipos de movimiento que registra el móvil en todo el recorrido.
 - 2) Indique los datos de las variables, aportados por el problema, para cada uno de los movimientos identificados.
 - 3) Calcule el espacio total recorrido por el móvil.

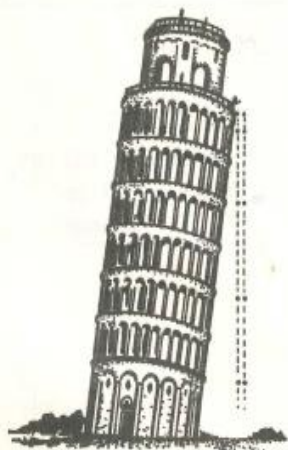
- 4) Calcule el tiempo de todo el recorrido del móvil.
- 5) Graficar $v(t)$ para este problema.

35) Un automóvil está detenido en un semáforo. Al encender la luz verde su conductor le imprime una aceleración constante de 3m/s^2 durante 10s. A partir de allí mantiene una velocidad constante durante 1minuto.

Determinar: Tipo de movimiento. Distancia recorrida.



Por la acción de la gravedad, todos los cuerpos son atraídos hacia el centro de la Tierra.



Experiencia de Galileo.

La caída de los cuerpos

La gravedad terrestre

La materia tiene una propiedad que generalmente pasa inadvertida: la **gravedad**. Todo cuerpo material, pequeño o grande, presenta una fuerza de atracción sobre los cuerpos que están en su proximidad. Esa fuerza de atracción es evidente en los cuerpos de gran tamaño, como la Tierra, que atrae con marcada intensidad a todos los cuerpos que están en sus inmediaciones, llegando a ejercerse inclusive sobre la Luna. Esta acción se denomina **gravedad terrestre**.

Entonces, todos los cuerpos próximos a la Tierra son atraídos hacia su centro por la fuerza de la gravedad. Esta característica determina lo que denominamos **peso** de los cuerpos.

Si disponemos de dos esferas de igual radio, una de madera de 1 kg y otra de hierro de 10 kg, la fuerza de atracción de la gravedad sobre la esfera de madera es diez veces menor que sobre la de hierro.

Suponiendo que desde lo alto de una torre dejamos caer ambas esferas, cabe preguntarnos: ¿lo hacen con la misma velocidad? o ¿cuál de las dos esferas cae más rápido?

Esta inquietud ya se la planteaban los griegos, quienes sostenían que los cuerpos más pesados caen con mayor rapidez.

El cuestionamiento de Galileo

Hacia fines del siglo XVI, Galileo Galilei cuestionó esta suposición, comenzando a sustentar la hipótesis de que, si bien un cuerpo más pesado es atraído con mayor fuerza por la Tierra que otro más liviano, es más difícil moverlo. Entonces, había una compensación y **todos los cuerpos caen con la misma velocidad si se los deja libres desde una misma altura**.

Para comprobar su hipótesis, Galileo efectuó una experiencia muy conocida: desde lo alto de la torre de su ciudad (Pisa) dejó caer en el mismo momento dos esferas de igual radio, una que pesaba 1 libra y otra cuyo peso era de 10 libras. Ante el asombro de los estudiantes y amigos presentes, los dos cuerpos tocaron tierra en el mismo instante.

Ante este resultado, algunos adversarios de Galileo le efectuaron la siguiente objeción: ¿Por qué una pluma de ave cae más lentamente que una piedra?

Galileo les respondió que ello se debía a la resistencia que opone el aire a la caída de los cuerpos.

La acción del aire

Algunas experiencias sencillas nos ayudan a comprender la acción del aire:

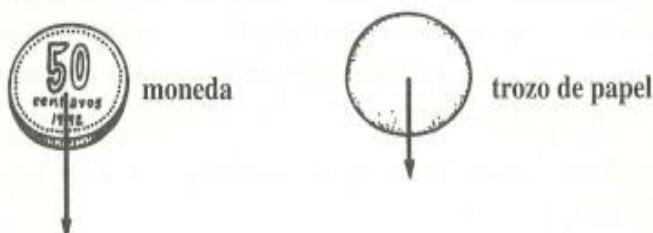
a) Tomamos dos hojas de papel iguales y una de ellas la transformamos en una "pelotita" bien apretada.

Luego, soltamos ambas hojas desde igual altura y en el mismo instante. Veremos que la hoja arrugada cae con mucha mayor rapidez.

Esto nos indica que **la velocidad de caída es diferente, aunque el peso sea el mismo.**

El efecto de rozamiento del aire se manifiesta más en la hoja no arrugada (plana) porque tiene mayor superficie libre.

b) Cuando se deja caer en el mismo momento y desde una misma altura una moneda y un trozo de papel de igual diámetro, éste cae más lentamente que aquélla.



Pero, si se coloca el trozo de papel sobre la moneda y se los deja caer, veremos que ambos caen juntos.

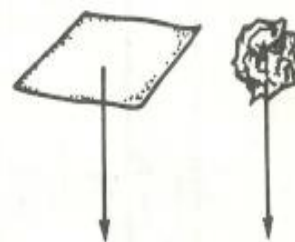
Entonces, **aunque sus pesos son diferentes adquieren la misma velocidad.**

En este caso, la moneda protege al trozo de papel de la acción del aire.

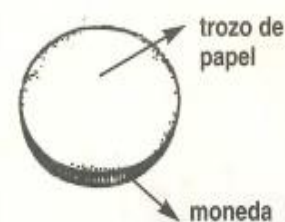
La caída libre

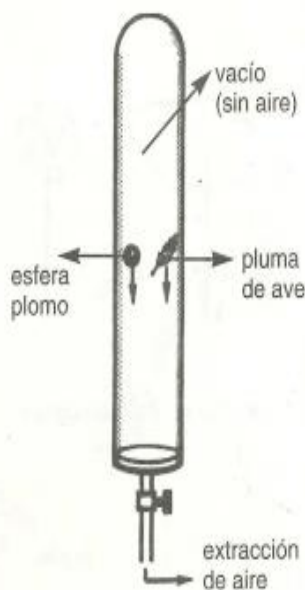
Las dos experiencias anteriores demuestran que el aire opone resistencia al movimiento de caída de los cuerpos.

Esto lleva a preguntarnos: ¿si no hay aire, todos los cuerpos caen con igual velocidad?



hoja plana hoja arrugada





Tubo de Newton
En 1650, Isaac Newton, realizó por primera vez la experiencia de caída en el vacío.



Al comenzar la caída presenta M.R.U.A., pero luego, por la resistencia del aire, se transforma en M.R.U.

La respuesta a esta cuestión se encuentra efectuando el siguiente experimento:

En un tubo de vidrio cerrado de un metro de longitud, provisto de pico con llave, se coloca una pluma de ave y una pequeña esfera de plomo. Luego, mediante una bomba neumática, se extrae el aire hasta lograr el vacío y se cierra la llave. A continuación, si se invierte rápidamente el tubo de manera que quede en posición vertical, se ve que ambos cuerpos caen juntos durante todo el trayecto.

Esto nos indica que:

En el vacío todos los cuerpos caen con igual velocidad.

El movimiento de caída sin la presencia de aire se denomina **caída libre**.

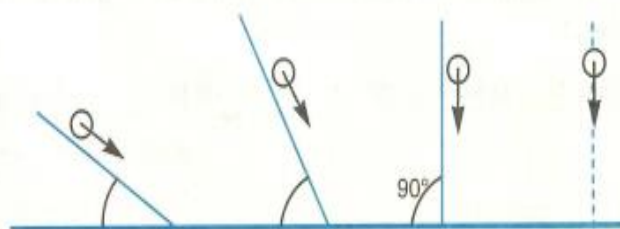
¿Qué clase de movimiento es el de caída libre?

Cuando se deja deslizar libremente una esfera sobre un plano inclinado, dicha esfera adquiere un movimiento uniformemente variado.

Si se va aumentando la inclinación del plano, la **aceleración** del movimiento es cada vez mayor, comprobándose que **las distancias recorridas por la esfera son directamente proporcionales al cuadrado de los tiempos empleados** en recorrer dichas distancias.

Recordemos que ésta es una de las características de un movimiento uniformemente variado.

Cuando la inclinación del plano es de 90° , dicho plano se encuentra en posición vertical y puede suprimirse, observándose que la esfera cae con movimiento uniformemente variado:



En consecuencia:

El movimiento de caída de un cuerpo es vertical y uniformemente variado.

Esto se cumple plenamente en el vacío (caída libre), porque si no el rozamiento con el aire modifica el movimiento, sobre todo cuando la velocidad es elevada.

Galileo estableció que si se deja caer un cuerpo desde una gran altura, al principio el movimiento es uniformemente variado, pero, paulatinamente, la aceleración disminuye por la resistencia del aire hasta anularse y, entonces, el movimiento se transforma en uniforme.

La aceleración de la gravedad

Como el movimiento de caída de todos los cuerpos en el vacío es uniformemente variado y con igual velocidad, se deduce que:

En el vacío todos los cuerpos caen con la misma aceleración.

Dicha aceleración es provocada por la gravedad terrestre y por lo tanto se denomina **aceleración de la gravedad**, representándose con la letra **g**.

Determinaciones efectuadas en distintos lugares de la Tierra demostraron que el valor de la aceleración de la gravedad depende de la latitud. Así, en los polos alcanza su valor más alto ($9,83 \text{ m/s}^2$) y en el ecuador el valor más bajo ($9,78 \text{ m/s}^2$).

A 45° de latitud y al nivel del mar vale $9,807 \text{ m/s}^2$ y se llama **aceleración normal**.

En la práctica, para resolver problemas de aplicación, se utiliza el valor de $9,8 \text{ m/s}^2$. Esto significa que un cuerpo que cae libremente aumenta su velocidad en $9,8 \text{ m/s}$ por cada segundo que transcurre.

La aceleración de la gravedad disminuye gradualmente a medida que aumenta la altura sobre la superficie terrestre, llegando al valor cero a distancias astronómicas.

Fórmulas del movimiento de caída libre

Como la caída libre es un movimiento uniformemente variado (M.R.U.V.), las fórmulas de éste se aplican a aquélla teniendo en cuenta que la aceleración (**a**) es la aceleración de la gravedad (**g**) y el espacio recorrido (Δs) es la altura de la caída (**h**). En consecuencia, resultan las siguientes fórmulas:

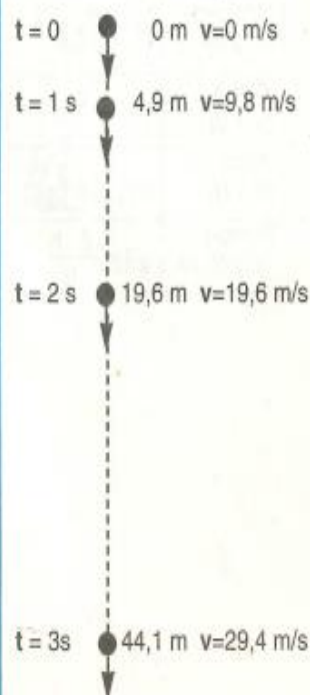
a) De velocidad:

— Si el cuerpo se deja caer desde una cierta altura, sin velocidad inicial (V_0):

$$\Delta v = g \cdot \Delta t$$

— En cambio, si se arroja un cuerpo hacia abajo, sí debe considerarse la velocidad inicial (V_0). Entonces:

$$\Delta v = V_0 + g \cdot \Delta t$$



Caída libre de un objeto
($g = 9,8 \text{ m/s}^2$)

Fórmulas del M.R.U.V.

Velocidad ($V_0 = 0$)	$\Delta v = a \cdot t$
Velocidad ($V_0 \neq 0$)	$\Delta v = V_0 + a \cdot t$
Espacio ($V_0 = 0$)	$\Delta s = \frac{a \cdot t^2}{2}$
Espacio ($V_0 \neq 0$)	$\Delta s = V_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$

Fórmulas caída libre	
Velocidad ($V_o = 0$)	$\Delta v = g \cdot \Delta t$
Velocidad ($V_o \neq 0$)	$\Delta v = V_o + g \cdot \Delta t$
Altura ($V_o = 0$)	$h = \frac{g \cdot t^2}{2}$
Altura ($V_o \neq 0$)	$h = V_o \cdot t + \frac{g \cdot t^2}{2}$
Tiempo ($V_o = 0$)	$t = \frac{2 \cdot h}{g}$

b) De altura (espacio recorrido):

— Si se deja caer un cuerpo ($V_o = 0$):

$$h = \frac{g \cdot t^2}{2} = \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

— Si se lanza un cuerpo hacia abajo, debe considerarse la velocidad inicial (V_o):

$$h = V_o \cdot t + \frac{g \cdot t^2}{2} = V_o \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

c) De tiempo:

A partir de las fórmulas anteriores y según los datos de que se dispone, por pasaje de términos, se puede calcular el tiempo transcurrido.

Así, por ejemplo:

— Si a un obrero que trabaja a 49 m de altura, en una obra en construcción, se le cae un martillo, ¿cuánto tiempo tarda en llegar dicho martillo al suelo?:

Como $h = \frac{g \cdot t^2}{2}$ resulta $t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$

$$h = \sqrt{\frac{2 \cdot 49 \text{ m}}{9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = \sqrt{10 \text{ s}^2} = 3,16 \text{ s}$$

Actividad:

- 1) Un cuerpo cae desde una torre y tarda en llegar al suelo 4s. ¿Cuál es la altura de la misma?
- 2) Desde un avión que vuela a 1960m de altura se deja caer un objeto. ¿Con que velocidad llega al piso y luego de cuánto tiempo?
- 3) Desde un avión se dispara un proyectil verticalmente hacia abajo con velocidad inicial de 50m/s. Si tarda en llegar a tierra 12s. ¿Con que velocidad la hace y desde que altura cayo?
- 4) Un avión hidrante vuela a 500m de altura al abrir la bolsa de agua, ¿Cuánto tiempo tardará el agua en llegar al suelo?
- 5) Una pelota es lanzada hacia abajo con una velocidad de 60m/s. Si tarda en llegar a tierra 8s. Desde que altura fue lanzada y con que velocidad toca tierra?
- 6) A una persona, ubicada en lo alto de una torre, se le cae una pinza que tarda 3 s en llegar al suelo. Calcule cuál es:
 - a) La altura de la torre
 - b) La velocidad con que llega al suelo la pinza
- 7) Un nadador cae de un trampolín de 6m de altura. Calcule:
 - a) El tiempo que demora en llegar al agua

- b) La velocidad con que entra en el agua
- 8) ¿Cuánto segundos después de iniciada su caída, la velocidad de un cuerpo es de 100km/h?
- 9) ¿Con qué velocidad llega al suelo un cuerpo que cae desde 5m? ¿Cuánto tarda en caer?
- 10) Un cuerpo se deja caer desde una torre, con una velocidad de 5m/s.
- ¿Qué velocidad tendrá el cuerpo al cabo de 7s?
 - ¿Qué espacio habrá recorrido en ese tiempo?



¿Qué es tiro vertical?

El movimiento que adquiere un cuerpo en el vacío cuando es arrojado hacia arriba verticalmente se denomina **tiro vertical**.

Es un movimiento uniformemente variado, pero la velocidad inicial va disminuyendo hasta anularse, por la acción de la aceleración de la gravedad (g). (En este caso g es negativa.)

Cuando la velocidad se anula, el cuerpo ha alcanzado su altura máxima (h_m).

En los cálculos habituales no se considera la resistencia del aire.

Tiro vertical

Las fórmulas del tiro vertical

a) De velocidad:

$$v = V_0 - g \cdot t$$

b) De altura:

$$h = V_0 \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}$$

c) De tiempo:

— Cuando se quiere calcular el **tiempo** que tarda un cuerpo en alcanzar la altura máxima y el único dato de que se dispone es la velocidad inicial, debe tenerse en cuenta que el ascenso dura hasta que la velocidad se anula. Entonces:

$$v = V_0 - g \cdot t = 0 \text{ de donde } t = \frac{V_0}{g}$$



altura máxima

Actividad:

- 1) Se realiza un disparo verticalmente hacia arriba alcanzando la bala una altura máxima de 7840m. ¿Con que velocidad inicial se hizo el disparo?
- 2) Desde la vereda se lanza verticalmente un cuerpo, por la ventana N°1 pasa a 40m/s y por la N°2 a 20m/s, calcular la distancia que las separa.
- 3) ¿Con que velocidad inicial debe lanzarse un cuerpo para que llegue a 3000m de altura? ¿Cuánto tiempo empleara en ello?
- 4) Se lanza un objeto hacia arriba, con una velocidad inicial de 49m/s desde lo alto de un edificio de 45m de altura. ¿Cuál es la altura máxima respecto del suelo a la que llega el objeto?
- 5) Un cuerpo cae libremente desde cierta altura. En el punto A de su trayectoria tiene una velocidad de 30m/s; en el B 79m/s. ¿Cuánto tardó en recorrer la distancia AB, y cuál es esta?
- 6) Desde el 5° piso de un edificio se cae una moneda hasta la vereda. Si cada piso mide 3m de altura. ¿Cuánto tarda la moneda en llegar a la vereda y con que velocidad lo hace?
- 7) Un niño lanza una piedra, verticalmente y hacia arriba, con una velocidad de 7m/s. Calcule:
 - a) ¿Qué velocidad tiene al cabo de 5s?
 - b) ¿A qué altura se encuentra a los 5s?
 - c) ¿Cuánto tiempo tarda en alcanzar la altura máxima?
 - d) ¿Cuál es la altura máxima que alcanza la piedra?
- 8) Se lanza verticalmente hacia arriba un cuerpo a 200m/s. Hallar que velocidad posee a los 4s, cuanto tiempo tarda en alcanzar la altura máxima y con qué velocidad llegara al piso al caer?
- 9) Un niño lanza una pelota verticalmente hacia arriba y al cabo de 4s le llega a las manos. Calcular a qué velocidad la arrojó.
- 10) Se lanza un objeto hacia arriba, con una velocidad inicial de 49m/s desde lo alto de un edificio de 45m de altura.
 - a) ¿Cuál es la altura máxima respecto del suelo a la que llega el objeto?
 - b) ¿Durante cuánto tiempo permanece en el aire?
 - c) ¿Con que velocidad llega al suelo?