CUADERNILLO

DE

MATEMÁTICAS

DE

2DO AÑO

ESCUELA N° 46 NORMAL SUPERIOR Y SUPERIOR DE COMERCIO “DOMINGO GUZMÁN SILVA”

Nombre y apellido: ……………………………………………………………………..

Profesor/a:………………………………………………………………………………..

CICLO LECTIVO: 2026

ACUERDO PEDAGÓGICO

- **Pautas de trabajo**:
- Queda **prohibido el uso del celular** en el aula, excepto que la/el docente lo autorice para trabajar en clases.
- A partir del 2do año, es necesario contar con **calculadoras científicas** como herramienta de aprendizaje y trabajo propio de la materia.
- Los estudiantes deben asistir a clases con los **elementos necesarios** para su desarrollo: carpeta, lapicera, lápiz, regla, goma y cuando sea necesario elementos de geometría.
- Los alumnos cuentan con un cuadernillo de trabajo que deberán tener en cada clase de matemática en **formato papel.**

- **Para acreditar la materia:**
  - Asistencia a clases
  - Participación activa en clases. (preguntas, realización de actividades, etc…)
  - Carpeta y cuadernillo completos.
  - Aprobar las evaluaciones orales, escritas, grupales y/o individuales.Se informará con la suficiente antelación las fechas que serán evaluados/as.
  - Se tomará un trabajo integrador a fin de año.
  - Es importante el respeto hacia cada integrante de la institución (compañeros, docentes, personal no docente, preceptores y directivos).

CONTENIDOS

- **Revisión**: CONJUNTO DE NÚMEROS ENTEROS: Operaciones. Potencia y raíz. Propiedades. Operaciones combinadas. Ecuaciones.

(Material: Cuadernillo de 1er año 2025)

- **UNIDAD 1**: CONJUNTO DE NÚMEROS RACIONALES. Operaciones. Potencia y raíz. Propiedades. Operaciones combinadas. Lenguaje simbólico. Ecuaciones con números racionales.

(Material: Cuadernillo de 2do. 2026)

- **UNIDAD 2**: GEOMETRIA: Ángulos. Clasificación. Ángulos opuestos por el vértice, complementarios, suplementarios, correspondientes. Ángulos determinados por dos paralelas y una transversal. Polígonos. Triángulos. Cuadriláteros. Perímetros y Áreas.

(Material: Cuadernillo de 2do. 2026)

UNIDAD 1 - CONJUNTO DE NÚMEROS RACIONALES.

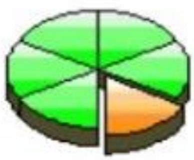
FRACCIONES

El concepto matemático de fracción corresponde a la idea intuitiva de dividir una totalidad en partes iguales. Una **fracción** es exactamente eso: una **división**.

Los términos de una fracción son el **numerador** y el **denominador**.

El **denominador** indica el número de partes iguales en que se divide la unidad.

El **numerador** indica el número de partes que se toman de la unidad.

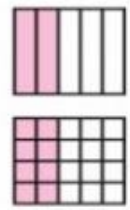


1 ← **numerador**

6 ← **denominador**

$\frac{2}{5} \rightarrow$

$\frac{8}{20} \rightarrow$



Las fracciones se clasifican en:

Fracción propia

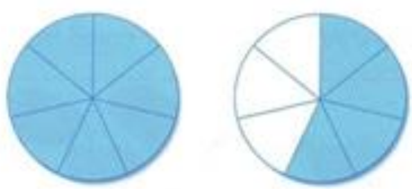
$\frac{3}{7}$

numerador: partes que se toman

denominador: partes en que se divide la unidad

Fracción impropia

Cuando el numerador es mayor que el denominador. Incluye una o varias unidades, más una fracción propia.



$$\frac{11}{7} = \frac{7}{7} + \frac{4}{7} = 1 + \frac{4}{7}$$

Aparentes: el numerador es múltiplo del denominador, las fracciones representan números enteros. $\frac{3}{3} = 1$ o $\frac{10}{5} = 2$. Si representan un entero, se las llama también fracciones UNITARIAS.

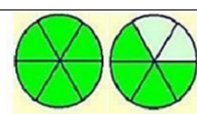
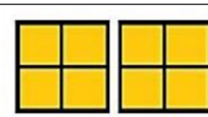
Una fracción impropia se puede expresar mediante un número mixto.

$\frac{7}{4} = 7:4 = 1\frac{3}{4}$ $\quad 7 \,|\underline{4}$ $\quad 3 \;\; 1$ $\qquad \frac{14}{3} = 14:3 = 4\frac{2}{3}$ $\quad 14 \,|\underline{3}$ $\quad 2 \;\; 4$

$2\frac{1}{2} = 2 + \frac{1}{2}$

Actividades:

1. Completar el siguiente cuadro.

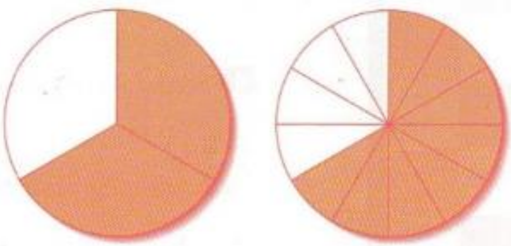
FRACCIÓN	CLASIFICACIÓN	GRÁFICO
$\frac{3}{7}$		
		
$\frac{10}{2}$		
		
$\frac{7}{5}$		

2. Coloca cada fracción con su respectivo número mixto

$\frac{19}{2}$		$3\ 5/6$
$\frac{35}{4}$		$2\ 3/5$
$\frac{13}{5}$		$8\ 3/4$
$\frac{23}{6}$		$9\ 1/2$

Fracciones equivalentes

Dos *fracciones* son *equivalentes* cuando representan la misma cantidad.



$$\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$$

Criterio de equivalencia:

Los productos cruzados son iguales:

$$2 \cdot 12 = 3 \cdot 8$$

Cuando los dos términos de una fracción se multiplican o dividen por un mismo número, se obtiene otra fracción equivalente:

$$\frac{6}{8} = \frac{6 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{18}{24} \qquad \frac{6}{8} = \frac{6 : 2}{8 : 2} = \frac{3}{4}$$

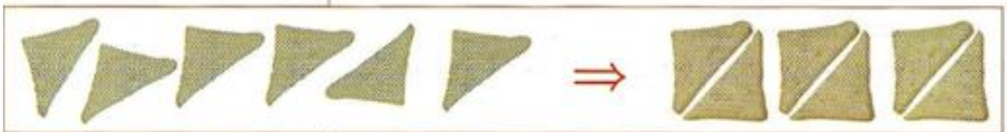
fracción **irreducible**: no se puede simplificar más

Cuando los dos términos de una fracción se multiplican o dividen por un mismo número, se obtiene otra fracción equivalente:

$$\frac{6}{8}=\frac{6\cdot 3}{8\cdot 3}=\frac{18}{24} \qquad \underbrace{\frac{6}{8}=\frac{6:2}{8:2}=\frac{3}{4}}_{\text{simplificación}}$$

fracción **irreducible**: no se puede simplificar más

Si el numerador es divisible por el denominador, la fracción expresa una cantidad entera:



$$\frac{6}{2}=3$$

Y todo entero se puede escribir como fracción:

$$4=\frac{4}{1}=\frac{8}{2}$$

El signo en las fracciones:

$$\frac{-4}{5}=\frac{4}{-5}=-\frac{4}{5} \qquad \frac{-4}{-5}=\frac{4}{5}$$

Actividades:

1) Escribir como una fracción impropia y como número mixto.

a) 40 días como parte de una semana:

b) 500 segundos como parte de un minuto:

c) 100 horas como parte de un día:

d) 70 meses como parte de un año:

2) Obtener fracciones equivalentes:

$a)\ amplificar\!: \frac{5}{7}=\text{—}$ $\quad b)\ simplificar\!: \frac{24}{14}=\text{—}$ $\quad c)\ amplificar\!: \frac{11}{13}=\text{—}$ $\quad d)\ simplificar\!: \frac{25}{30}=\text{—}$

$e)\ amplificar\!: -\frac{17}{21}=\text{—}$ $\quad f)\ aimplificar=-\frac{1200}{300}=\text{—}$ $\quad g)\ amplificar\!: \frac{7}{8}=\text{—}$ $\quad h)\ simplificar\!: -\frac{63}{49}=\text{—}$

Operaciones con fracciones

Suma y resta

Con el mismo denominador. Se conserva el denominador y se suman y restan los numeradores:

$$\frac{17}{6}+\frac{5}{6}-\frac{7}{6}=\frac{17+5-7}{6}=\frac{15}{6}=\frac{5}{2}$$

Se simplifica el resultado

¡Intenta tú!

a) $\frac{6}{2}-\frac{1}{2}=\frac{\square}{\square}$ b) $-\frac{7}{3}+\frac{3}{3}=\frac{\square}{\square}$ c) $\frac{5}{7}+\frac{4}{7}=\frac{\square}{\square}$

d) $\frac{8}{13}+\frac{1}{13}+\frac{2}{13}=\frac{\square}{\square}$ e) $\frac{5}{2}-\frac{1}{2}-\frac{3}{2}=\frac{\square}{\square}$ f) $\frac{10}{7}-\frac{4}{7}-\frac{1}{7}=\frac{\square}{\square}$

<u>SUMAS Y RESTAS CON DISTINTOS DENOMINADORES</u>

Con distinto denominador. Se reducen primero a común denominador:

$$\frac{5}{6}+\frac{3}{10}=\frac{25}{30}+\frac{9}{30}=\frac{34}{30}=\frac{17}{15}$$

m.c.m. (6, 10) = 30

$$\frac{7}{3}-2+\frac{1}{2}=\frac{14-12+3}{6}=\frac{5}{6}$$

m.c.m. (3, 1, 2) = 6

¿Practicamos?

1. $\frac{2}{3}+\frac{1}{6}=\frac{\square+\square}{\square}=\frac{\square}{\square}$

2. $\frac{4}{5}+\frac{1}{3}=\frac{\square+\square}{\square}=\frac{\square}{\square}$

3. $\frac{3}{5}+\frac{1}{4}=\frac{\square+\square}{\square}=\frac{\square}{\square}$

4. $\frac{3}{10}+\frac{1}{2}=\frac{\square+\square}{\square}=\frac{\square}{\square}$

5. $\frac{7}{14}+\frac{4}{7}=\frac{\square+\square}{\square}=\frac{\square}{\square}$

Multiplicación

Se multiplican por separado los numeradores y los denominadores:

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8} \qquad 7 \cdot \frac{2}{5} = \frac{7}{1} \cdot \frac{2}{5} = \frac{14}{5}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} = \frac{15}{48} = \frac{5}{16}$$

Es más rápido simplificar mentalmente antes de multiplicar:

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} = \frac{\cancel{3}}{2 \cdot 2} \cdot \frac{5}{2 \cdot \cancel{3}} = \frac{5}{8}$$

¡A resolver! No te olvides de SIMPLIFICAR!!!!

a) $\frac{12}{40} \times \frac{8}{14} =$ b) $\frac{27}{45} \times \frac{6}{13} =$ c) $\frac{89}{93} \times \frac{5}{20} =$ d) $\frac{9}{18} \times \frac{20}{40} =$

Inversión

Las fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{b}{a}$ son mutuamente inversas.

El producto de una fracción por su inversa es la unidad: $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$

La fracción $\frac{0}{1}$ no tiene inversa.

División

Para dividir una fracción por otra, se multiplica la primera por la inversa de la segunda

$$\frac{5}{4} : \frac{3}{7} = \frac{5}{4} \cdot \frac{7}{3} = \frac{35}{12} \qquad 2 : \frac{5}{6} = 2 \cdot \frac{6}{5} = \frac{12}{5}$$

Practiquemos entre todos algunas multiplicaciones y divisiones:

Opera y simplifica . . .		
[1]	$\frac{14}{49} : \frac{2}{3} =$	
[2]	$28 \cdot \frac{6}{189} =$	
[3]	$\frac{1}{3} : \frac{7}{35} =$	
[4]	$\frac{1}{11} \cdot \frac{5}{5} =$	
[5]	$\frac{15}{8} \cdot \frac{3}{5} =$	

OPERACIONES COMBINADAS

Al realizar **operaciones combinadas con fracciones**, el orden que se sigue es el mismo que en las operaciones con números naturales.

1.º Las operaciones que hay entre paréntesis.
2.º Las multiplicaciones y las divisiones, de izquierda a derecha.
3.º Las sumas y las restas, de izquierda a derecha.

EJEMPLO

Calcula. $\frac{3}{5}+\frac{6}{5}:\left(\frac{1}{2}+\frac{4}{5}\right)=$

Paréntesis

$$=\frac{3}{5}+\frac{6}{5}:\left(\frac{5}{10}+\frac{8}{10}\right)=\frac{3}{5}+\frac{6}{5}:\frac{13}{10}=$$

Multiplicaciones y divisiones

$$=\frac{3}{5}+\frac{6\cdot 10}{5\cdot 13}=\frac{3}{5}+\frac{60}{65}=$$

Sumas y restas

$$=\frac{39}{65}+\frac{60}{65}=\frac{99}{65}$$

Actividades:

a) $\frac{6}{7}\cdot\left(\frac{9}{4}+\frac{3}{8}\right)$ b) $\left(8+\frac{2}{5}\right):\left(6-\frac{9}{4}\right)$

c) $\frac{7}{9}:\frac{4}{3}+\frac{8}{12}\cdot\frac{2}{5}$ d) $\frac{8}{12}+\frac{2}{5}:\frac{6}{7}$

e) $\frac{5}{6}+\frac{7}{9}\cdot\frac{4}{3}-\frac{1}{2}$ f) $\frac{5}{6}+\frac{7}{9}\cdot\left(\frac{4}{3}-\frac{1}{2}\right)$

Los números racionales (Q)

Teoría

Un número es **racional** cuando puede ser expresado como un cociente entre dos números enteros.
Todo número racional puede escribirse mediante una **fracción** o una **expresión decimal**.
La **expresión decimal** de un número racional tiene una cantidad **finita** o una cantidad **infinita periódica** de cifras decimales.

a) $\frac{2}{5}=0{,}4$ b) $-\frac{1}{8}=-0{,}125$ c) $\frac{2}{9}=0{,}222\ldots=0{,}\widehat{2}$ d) $-\frac{1}{6}=-0{,}1666\ldots=-0{,}1\widehat{6}$

Los ejemplos a) y b) son expresiones **finitas**; el ejemplo c), periódica **pura**; y el d), periódica **mixta**.

1 Unir cada fracción con su expresión decimal.

a) $\frac{2}{5}$ b) $\frac{4}{3}$ c) $\frac{5}{6}$ d) $\frac{1}{12}$ e) $\frac{6}{11}$ f) $\frac{17}{3}$ g) $\frac{7}{25}$

$0{,}28$ $0{,}\widehat{54}$ $1{,}\hat{3}$ $0{,}8\hat{3}$ $0{,}\hat{5}$ $0{,}4$ $0{,}08\hat{3}$ $5{,}\hat{6}$

2 Colocar >, < o = según corresponda en cada caso.

a) $\frac{2}{3}$ $\square$ $0{,}67$ c) $\frac{2}{11}$ $\square$ $0{,}\widehat{18}$ e) $-\frac{3}{7}$ $\square$ $-0{,}42\hat{8}$ g) $-\frac{37}{30}$ $\square$ $-1{,}2\hat{3}$

b) $0{,}\widehat{25}$ $\square$ $\frac{1}{4}$ d) $0{,}23$ $\square$ $\frac{3}{13}$ f) $-0{,}7\hat{5}$ $\square$ $-\frac{3}{4}$ h) $-0{,}5\hat{4}$ $\square$ $-\frac{6}{11}$

3 Colocar una F si la expresión decimal de la fracción es finita y una P, si es periódica.

a) $\frac{2}{7}$ $\square$ b) $\frac{7}{20}$ $\square$ c) $\frac{4}{15}$ $\square$ d) $\frac{9}{8}$ $\square$ e) $\frac{5}{12}$ $\square$ f) $\frac{1}{32}$ $\square$

4 Transformar en fracción irreducible las siguientes expresiones decimales finitas.

a) $0{,}85 =$ c) $2{,}25 =$ e) $12{,}8 =$

b) $-1{,}6 =$ d) $-3{,}75 =$ f) $-3{,}125 =$

5 Colocar una expresión decimal que cumpla con la condición pedida en cada caso.

a) $0{,}15 <$ $\square$ $< 0{,}151$ c) $\frac{2}{9} <$ $\square$ $< 0{,}223$ e) $\frac{1}{4} <$ $\square$ $< 0{,}\widehat{25}$

b) $-1{,}\hat{5} <$ $\square$ $< -1{,}5$ d) $-2{,}5\hat{6} <$ $\square$ $< -\frac{23}{9}$ f) $-3{,}5\hat{9} <$ $\square$ $< -3{,}59$

PARA PRACTICAR

Transformen en fracción irreducible las siguientes expresiones decimales finitas.

a) 0,55 = ______ = $\frac{\square}{\square}$

e) 0,225 = ______ = $\frac{\square}{\square}$

b) −0,32 = ______ = $\frac{\square}{\square}$

f) −4,25 = ______ = $\frac{\square}{\square}$

c) 1,4 = ______ = $\frac{\square}{\square}$

g) 25,8 = ______ = $\frac{\square}{\square}$

d) −10,6 = ______ = $\frac{\square}{\square}$

h) 5,75 = ______ = $\frac{\square}{\square}$

Expresiones decimales periódicas

Teoría

Para realizar cálculos donde aparezca alguna expresión decimal periódica, es necesario transformarla previamente en una fracción irreducible y luego operar.

Ejemplos de cómo transformar expresiones decimales periódicas en fracciones:

I) Periódicas puras

a) $0,\hat{5} = \frac{5}{9}$ b) $1,\hat{2} = \frac{12-1}{9} = \frac{11}{9}$ c) $0,\widehat{36} = \frac{36}{99} = \frac{4}{11}$ d) $2,\widehat{45} = \frac{245-2}{99} = \frac{243}{99} = \frac{27}{11}$

II) Periódicas mixtas

a) $0,1\hat{3} = \frac{13-1}{90} = \frac{12}{90} = \frac{2}{15}$ b) $1,1\hat{6} = \frac{116-11}{90} = \frac{105}{90} = \frac{7}{6}$ c) $0,14\hat{6} = \frac{146-14}{900} = \frac{132}{900} = \frac{11}{75}$

6 Expresar como expresión decimal periódica y transformarla en una fracción irreducible.

a) 0,444… =

e) 3,333… =

b) 0,121212… =

f) 0,0888… =

c) 0,027027027… =

g) 0,34666… =

d) 1,777… =

h) 1,8333…=

7) Completar:

a) $1,\overline{3} = \dfrac{13-1}{........} = \dfrac{12}{....}$

b) $3,\overline{23} = \dfrac{323-...}{99} = \dfrac{.....}{99}$

c) $15,\overline{5} = \dfrac{155-....}{.........} = \dfrac{....}{....}$

d) $15,\overline{515} = \dfrac{......\ -15}{...........} = \dfrac{.....}{.....}$

e) $0{,}0\overline{2} = \dfrac{2}{90}$

h) $0{,}10\overline{2} = \dfrac{102-}{00} = \text{——}$

f) $0{,}1\overline{2} = \dfrac{12-}{\quad} = \text{-----}$

i) $1{,}2\overline{3} = \dfrac{-12}{9} = \text{——}$

g) $0{,}2\overline{51} = \dfrac{-2}{99} = \text{——}$

j) $2{,}13\overline{4} = \dfrac{-}{\quad} = \text{——}$

Para seguir practicando:

1) Hallar la expresión decimal de las siguientes fracciones.

a) $\dfrac{7}{3} =$ b) $-\dfrac{3}{25} =$ c) $\dfrac{11}{6} =$ d) $-\dfrac{5}{8} =$ e) $\dfrac{1}{37} =$

2) Hallar la fracción irreducible de las siguientes expresiones decimales.

a) $1{,}125 =$ c) $-12{,}75 =$ e) $0{,}075 =$

b) $-0{,}\overset{\frown}{09} =$ d) $1{,}5\overset{\frown}{3} =$ f) $-0{,}\overset{\frown}{037} =$

APROXIMACIÓN

Cuando un número tiene muchas cifras decimales, a veces es necesario APROXIMAR el número según su utilización. Por ejemplo, cuando compramos algo que cuesta$ 123,99; sabemos que terminaremos pagando $124 ya que no existe una moneda o billete de $0,01. En este caso se aproximó por redondeo.

Si queremos aproximar un número al

- **DÉCIMO: Será un lugar detrás de la coma – ejemplo: 1,4**
- **CENTÉSIMO: Serán dos lugares detrás de la coma – ejemplo: -2,45**
- **MILÉSIMO: Serán tres lugares detrás de la coma – ejemplo: -12,437**

Para redondear, primero se debe determinar hasta qué cifra decimal se va a considerar y luego, observar la cifra que se encuentra a su derecha.

- Si la cifra de la derecha es **0, 1, 2, 3** o **4**, la cifra considerada **se deja igual** (por defecto).
- Si la cifra de la derecha es **5, 6, 7, 8** o **9**, a la cifra considerada **se le suma 1** (por exceso).

1) A los décimos $(\varepsilon < 0{,}1)$
a) $1{,}43 \cong 1{,}4$
b) $2{,}68 \cong 2{,}7$

2) A los centésimos $(\varepsilon < 0{,}01)$
a) $4{,}584 \cong 4{,}58$
b) $7{,}135 \cong 7{,}14$

3) A los milésimos $(\varepsilon < 0{,}001)$
a) $5{,}8062 \cong 5{,}806$
b) $8{,}0109 \cong 8{,}011$

Truncar es cortar el número en una determinada cifra decimal y eliminar las restantes.

Aproximar un RACIONAL (Q):

REDONDEO

Se considera la cifra siguiente a la cual se quiere aproximar el número, si ésta es mayor o igual a 5, se suma 1 a la cifra anterior.

Nro.	Proceso	Redondeo
4,58713	Redondear a la centésima	4,59

TRUNCAMIENTO

Se eliminan TODAS las cifras que siguen a la cifra escogida y se reemplazan por ceros.

Nro.	Proceso	Truncamiento
4,58713	Trucar a la milésima	4,587

http://mates2014efv.blogspot.com

EJEMPLOS:

a)

$2{,}476 \xrightarrow{\text{Truncar por centésimas}} 2{,}47$

$2{,}476 \xrightarrow{\text{Redondeo por centésimas}} 2{,}48$

b)

$7{,}823 \xrightarrow{\text{Truncar por centésimas}} 7{,}82$

$7{,}823 \xrightarrow{\text{Redondeo por centésimas}} 7{,}82$

Actividades:

1) **Aproximar por redondeo y truncamiento los siguientes números.**

REDONDEO	24,564839	TRUNCAMIENTO
	DÉCIMO	
	CENTÉSIMO	
	MILÉSIMO	

REDONDEO	3,45672348	TRUNCAMIENTO
	DÉCIMO	
	CENTÉSIMO	
	MILÉSIMO	

2) **Aproximar los siguientes números racionales.**

a) A los décimos ($\varepsilon < 0{,}1$) $\rightarrow 2{,}7623 \cong$

b) A los centésimos ($\varepsilon < 0{,}01$) $\rightarrow 8{,}2319 \cong$

c) A los milésimos ($\varepsilon < 0{,}001$) $\rightarrow 6{,}48972 \cong$

d) A los décimos ($\varepsilon < 0{,}1$) $\rightarrow \frac{2}{11} \cong$

e) A los milésimos ($\varepsilon < 0{,}001$) $\rightarrow \frac{6}{13} \cong$

f) A los centésimos ($\varepsilon < 0{,}01$) $\rightarrow \frac{5}{7} \cong$

3) **Aproximar (A) y truncar (T) cada una de las siguientes expresiones decimales con $\varepsilon < 0{,}01$.**

a) $1{,}5732 \begin{cases} A \cong \\ T \cong \end{cases}$

b) $0{,}0871 \begin{cases} A \cong \\ T \cong \end{cases}$

c) $2{,}4106 \begin{cases} A \cong \\ T \cong \end{cases}$

d) $3{,}1594 \begin{cases} A \cong \\ T \cong \end{cases}$

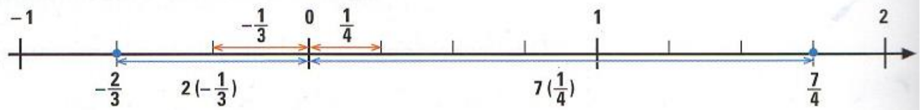
REPRESENTACIÓN EN LA RECTA NUMÉRICA

Las fracciones equivalentes designan el mismo número racional. Por el contrario, la representación decimal es única.

Representación gráfica

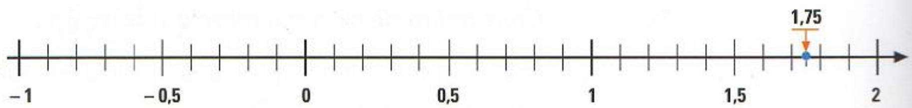
Como *fracción*. Se divide el segmento unidad en tantas partes como indica el denominador.

Representamos los números $-2/3$ y $7/4$



Como *número decimal*. En una recta graduada decimalmente:

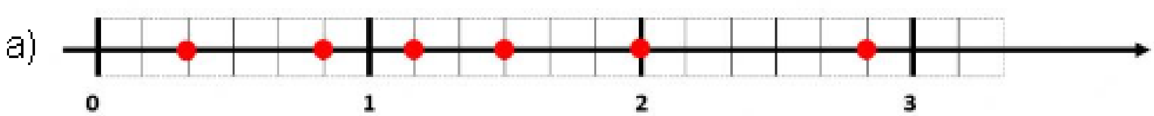
Representamos $\frac{7}{4} = 1{,}75$



Dados dos números racionales, el mayor se representa siempre a la derecha del menor.

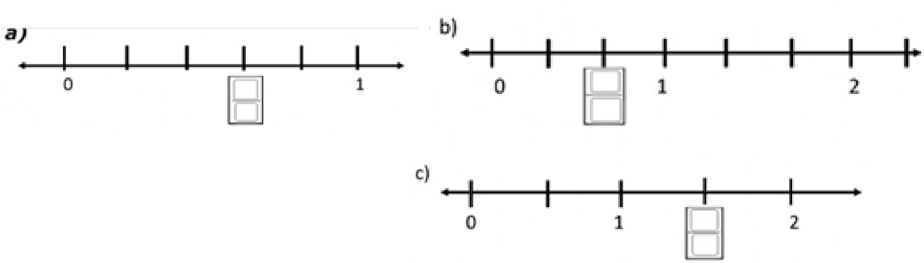
Veamos si entendimos…

1) Escribir los números racionales que se encuentran representados en la recta numérica. Expresarlos en forma fraccionaria y decimal.



a)------------- b)----------- c)----------- d)------------- e)----------- f)------------

2) Escribe en forma fraccionaria y decimal los siguientes números representados en las rectas numéricas.



3) Pasar a fracción y resolver

a) $0{,}3.(-0{,}8) =$ ______________________

d) $-1{,}5 + 0{,}7 =$ ______________________

b) $-1{,}4 + \frac{3}{2} =$ ______________________

e) $0{,}\overline{6} + 1{,}1 =$ ______________________

c) $0{,}08:(-2) =$ ______________________

f) $-0{,}\overline{5}.(-1{,}2) =$ ______________________

Actividades:

Resolver las siguientes operaciones combinadas.

a) $(0{,}2\,.\,7 + 0{,}6) : 5 - 1{,}2 =$

b) $1:3 + \left(0{,}\overline{4} - 1{,}\overline{1}\right) : \frac{1}{2} =$

c) $\frac{2}{9} : 0{,}\overline{4} + 0{,}25 - 1 : 0{,}8 =$

d) $\left(\frac{2}{5} + 1{,}2\,.\,0{,}\overline{3}\right) : 4 - 2{,}2 =$

e) $-\frac{3}{4} \cdot 0{,}\overline{8} - \left(\frac{1}{3} + 1\right) : 2 =$

f) $0{,}8\,.\,3 + (0{,}2 - 0{,}5\,.\,0{,}6) : 0{,}2 =$

g) $\left(\frac{8}{5} - 1\right) . \frac{5}{27} + \left(0{,}\overline{5} - 1{,}\overline{3}\right) : 7 =$

h) $(0{,}6 - 0{,}04) : 0{,}7 - \frac{6}{5} : 2 - 1{,}5 =$

i) $1{,}5 \cdot \left(2 - \frac{7}{6}\right) - \left(1 - \frac{1}{3}\right) : \frac{8}{27} =$

j) $(2{,}4 - 0{,}3\,.\,7 - 0{,}05) : \frac{1}{2} - 1{,}8 =$

Respuestas:

$a) -\frac{4}{5};\quad b) -1;\quad c) -\frac{1}{2};\quad d) -2;\quad e) -\frac{4}{3};\quad f)\ \frac{19}{10};\quad g)\ 0;\quad h) -\frac{13}{10};\quad i) -1;\quad j) -\frac{13}{10}.$

POTENCIACIÓN Y RADICACIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

Dados los números enteros a y b (b≠0) y n un número racional:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \qquad b \neq 0$$

exponente

potencia

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3} = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$$

base

- Si la base es positiva la potencia es positiva

$$\left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{3^3}{5^3} = \frac{27}{125}$$

$$\left(-\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{(-2)^2}{5^2} = \frac{4}{25}$$

- Si la base es negativa y exponente par la potencia es positiva

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{(-2)^3}{3^3} = \frac{-8}{27}$$

- Si la base es negativa y exponente impar la potencia es negativa

Calcular las siguientes potencias.

a) $0{,}2^2 =$

d) $-0{,}3^3 =$

g) $\left(-1{,}\hat{6}\right)^3 =$

b) $\left(-\frac{3}{4}\right)^2 =$

e) $\left(\frac{2}{5}\right)^3 =$

h) $-1{,}25^3 =$

c) $0{,}\hat{3}^2 =$

f) $(-1{,}2)^2 =$

i) $\left(-\frac{2}{3}\right)^4 =$

Potencias de exponente negativo

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

$$(-2)^{-6} = \left(-\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{64}$$

se transforma en positivo

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n} \qquad a \neq 0 \text{ y } b \neq 0$$

Se invierte la base

1) Calcula las siguientes potencias.

a) $\left(-\frac{4}{5}\right)^2 =$	b) $(-0{,}3)^{-2} =$	c) $\left(-\frac{8}{5}\right)^{-3} =$
d) $\left(-\frac{6}{5}\right)^2 =$	e) $-7^{-2} =$	f) $\left(-0,\hat{2}\right)^{-3} =$
g) $\left(-\frac{7}{9}\right)^3 =$	h) $(-3{,}5)^3 =$	i) $\left(\frac{2}{3}\right)^5 =$

RAÍCES DE NÚMEROS RACIONALES (Q)

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \qquad b \neq 0$$

índice

raíz

$$\sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{3}{2}$$

radicando

$$\sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{100}} = \frac{1}{10}$$

- Si el radicando es positivo la raíz es positiva

$$\sqrt[3]{-\frac{8}{1000}} = \frac{\sqrt[3]{-8}}{\sqrt[3]{1000}} = -\frac{2}{10} = -\frac{1}{5}$$

- Si el radicando es negativo y índice impar la raíz es negativa

¡ I M P O R T A N T E !

$\sqrt{-4} =$

- Si el radicando es negativo y el índice par no tiene solución en el conjunto que estamos trabajando

Resuelve los siguientes ejercicios:

1) $\sqrt[5]{-\frac{1}{32}} =$ 2) $\sqrt[3]{-\frac{27}{64}} =$ 3) $\sqrt{-\frac{9}{4}} =$ 4) $\sqrt{\frac{4}{25}} =$

Actividad:

a) $\sqrt[3]{-\frac{1}{125}} =$	b) $\sqrt[4]{-\frac{1}{81}} =$	c) $\sqrt[3]{-1{,}728} =$
d) $\sqrt{-\frac{49}{64}} =$	e) $\sqrt[5]{-\frac{1}{243}} =$	f) $\sqrt[4]{\frac{81}{16}} =$
g) $\sqrt[3]{-\frac{1}{216}} =$	h) $\sqrt{1{,}44} =$	i) $\sqrt[3]{\frac{8}{27}} =$

POTECIACIÓN DE NÚMEROS REALES

Exponente

$a^n = P$

Base   Potencia

Dados $a \in \mathbb{R}$ y n entero positivo, la potenciación en $\mathbb{R}$ se define como $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \ldots a}_{n \text{ veces}}$.

Además, si $a \neq 0$ y n es un entero no negativo, entonces se definen: $a^0 = 1$ y $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Propiedades	Expresión simbólica	Ejemplos
Producto de potencias de igual base	$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$	$(-4)^3 \cdot (-4)^2 = (-4)^{3+2} = (-4)^5$
Cociente de potencias de igual base	$a^n \div a^m = a^{n-m};\ a \neq 0$	$(-3)^7 \div (-3)^3 = (-3)^{7-3} = (-3)^4$
Potencia de una potencia	$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$[(-0{,}2)^3]^2 = (-0{,}2)^{3 \cdot 2} = (-0{,}2)^6$
Potencia de un producto	$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	$[(-5) \cdot 3]^3 = (-5)^3 \cdot 3^3 =$ $= -125 \cdot 27 = -3375$
Potencia de un cociente	$(a \div b)^n = a^n \div b^n;\ b \neq 0$	$(7 \div 10)^3 = 7^3 \div 10^3 =$ $= 343 \div 1000 = 0{,}343$

La única forma de que una potencia sea negativa es que lo sea la base y el exponente sea impar.

EJEMPLO:

Calcula el valor de $\dfrac{15^6 \cdot 12^4 \cdot 5^5 \cdot 6^5}{10^{11} \cdot 3^{13}}$.

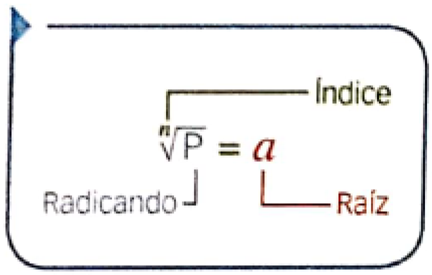
- Factorizamos las bases y aplicamos la potencia a cada producto:

$$\frac{(3 \cdot 5)^6 \cdot (2^2 \cdot 3)^4 \cdot 5^5 \cdot (2 \cdot 3)^5}{(2 \cdot 5)^{11} \cdot 3^{13}} = \frac{3^6 \cdot 5^6 \cdot 2^8 \cdot 3^4 \cdot 5^5 \cdot 2^5 \cdot 3^5}{2^{11} \cdot 5^{11} \cdot 3^{13}}$$

- Aplicamos el producto y cociente de potencias de igual base:

$$\frac{2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{11}}{2^{11} \cdot 3^{13} \cdot 5^{11}} = 2^2 \cdot 3^2 = 36$$

RADICACIÓN DE NÚMEROS REALES



Dados $P \in \mathbb{R}$ y n entero positivo, llamamos raíz enésima de P ($\sqrt[n]{P}$) a un número real a definido así:

Si n es par y $P \geq 0$, $\sqrt[n]{P} = a$ si y solo si $a^n = P$.

Si n es impar, $\sqrt[n]{P} = a$ si y solo si $a^n = P$.

Las siguientes propiedades se cumplen siempre que existan $\sqrt[n]{a}$ y $\sqrt[n]{b}$.

Propiedades	Expresión simbólica	Ejemplos
Raíz de un producto	$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$	$\sqrt[3]{(-27) \cdot 125} = \sqrt[3]{(-27)} \cdot \sqrt[3]{125} = -3 \cdot 5 = -15$
Raíz de un cociente	$\sqrt[n]{a \div b} = \sqrt[n]{a} \div \sqrt[n]{b}$	$\sqrt{16 \div 0{,}04} = \sqrt{16} \div \sqrt{0{,}04} = 4 \div 0{,}2 = 20$
Raíz de una potencia	$\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m = a^{\frac{m}{n}}$	$\sqrt[4]{5^{12}} = 5^{\frac{12}{4}} = 5^3 = 125$
Raíz de una raíz	$\sqrt[n]{\sqrt[p]{a}} = \sqrt[np]{a}$	$\sqrt[3]{\sqrt{\frac{64}{729}}} = \sqrt[6]{\frac{64}{729}} = \frac{2}{3}$

Potencia de exponente fraccionario

Se define así:

$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

Ejemplo: $5^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{5^2}$

No es posible encontrar un resultado real para las raíces de índice par de números negativos.

Por ejemplo, $\sqrt{(-25)}$ no es un número real.

Actividad:

Resuelvan aplicando propiedades. Expresen el resultado con exponentes positivos.

a) $(-2)^3 : (-2)^7 =$

b) $3^4 . (3^2)^3 : 3^{-12} =$

c) $\sqrt[3]{-\frac{1}{2}} . \sqrt[3]{\frac{1}{4}} =$

d) $\sqrt{0,\hat{4}} =$

e) $a^{40} . a^{50} : (a^{30})^{-3} =$

f) $\left(-\frac{1}{5}\right)^{-4} . \left(-\frac{1}{5}\right)^{5} =$

g) $\sqrt{\sqrt[3]{-\frac{1}{64}}} =$

h) $(-0,2)^3 : (-0,2)^7 =$

i) $(0,\widehat{1})^2 . (0,\widehat{1}^3)^{-3} : (0,\widehat{1})^{-7} =$

j) $\sqrt[3]{\frac{3}{5}} : \sqrt[3]{\frac{25}{9}} =$

k) $\sqrt{\frac{1}{2}} . \sqrt{\frac{1}{2}} =$

l) $a^3 . a^5 : (a^{-2})^3 =$

m) $\left(-\frac{1}{5}\right)^{-4} . \left(-\frac{1}{5}\right)^{5} : \left(-\frac{1}{5}\right)^{\square} =$

n) $\sqrt{2,\hat{7}} =$

<u>EJERCICIOS COMBINADOS</u>: **Separar en términos, expresar como fracción y resolver.**

a) $\sqrt{0,64:4} - 0,3.\sqrt{1 - \frac{3}{4}}$ **b)** $0,5.\sqrt{0,\overline{81}} - \left(-\frac{1}{2}\right)^{2}$ **c)** $\left(3 - \frac{1}{2}\right)^{-2} - 0,02 : \frac{1}{10} + \sqrt[3]{\frac{7}{8} - 1} =$

d) $\left(\frac{1}{2} - 1\right)^{-2} + 0,\hat{3}^2 - \sqrt{1 - 0,\overline{8}} =$ **e)** $\frac{2}{3} - \sqrt{\frac{9}{4}} - \sqrt{1 : \frac{36}{25}} =$ **f)** $\left(\frac{1}{2} - 1\right)^{-3} + \sqrt[3]{\frac{1}{4} : (-2)} =$

g) $0,3^3 + 0,7^3 - \sqrt[3]{(2,3 - 0,7) . 0,2^2} - 2^{-1} =$ **h)** $\left(\frac{2}{5} - 1\right)^{-1} + (0,\hat{4} - 1,\hat{2}) : \frac{1}{2} + 2,\hat{2} =$

i) $(1,\hat{3} - 0,8\hat{3})^3 + 2^{-2} - \sqrt{\frac{3}{4} - 0,5} =$ **i)** $\sqrt{0,9 - 0,3^2} - 0,4^2 : \sqrt{0,04} + (0,3 - 1)^2 =$

Porcentaje

Teoría

El A% de una cantidad B, es tomar A de las 100 partes en que se divide a B, o sea: $A \cdot \frac{B}{100} = B \cdot \frac{A}{100}$

Por ejemplo, el 15% de 180 es: $180 . \frac{15}{100} = 180 . 0,15 = 27$

Para calcular el porcentaje de una cantidad, se multiplica a esta por un número decimal.

a) El 5% de 60 es: 60 . 0,05 = 3

b) El 30% de 120 es: 120 . 0,3 = 36

c) El 75% de 300 es: 300 . 0,75 = 225

d) El 120% de 150 es: 150 . 1,2 = 180

23 Expresar como producto y calcular.

a) El 8% de 250:

b) El 15% de 160:

c) El 35% de 280:

d) El 48% de 350:

e) El 72% de 600:

f) El 108% de 750:

24 **Unir cada porcentaje con su resultado.**

a) El 12% de $ 450.

b) El 32% de $ 150.

c) El 68% de $ 75.

d) El 84% de $ 50.

e) El 25% de $ 184.

f) El 45% de $ 140.

g) El 75% de $ 76.

h) El 130% de $ 40.

$ 42 | $ 52 | $ 46 | $ 54 | $ 63 | $ 56 | $ 48 | $ 51 | $ 57

25 El precio de lista de un LCD es de $ 7 200. Si se paga en efectivo, tiene un descuento del 12%.

Calcular y responder.

a) ¿Cuánto dinero representa el descuento?

b) ¿Cuál es el precio en efectivo?

Si se paga en cuotas iguales, con tarjeta de crédito, tiene un recargo según la cantidad de cuotas.

c) **Calcular y completar la tabla.**

Cantidad de cuotas	Porcentaje del recargo	Valor del recargo	Precio con recargo	Valor de cada cuota
2	3%			
3	5%			
6	11%			
9	17%			
12	26%			

26) **Calcular el porcentaje que representa cada cantidad.**

a) 22 varones de un curso de 40 alumnos.

c) 72 vocales en un párrafo de 180 letras.

b) 35 escarbadientes de una caja de 125.

d) 111 litros de un tanque de 150.

Notación científica

Teoría

La **notación científica** es una forma de escribir números muy grandes o muy pequeños. Se utiliza para poder expresarlos de una manera abreviada y para operar con mayor facilidad.
Un número está escrito en notación científica cuando se lo expresa como: $\mathbf{a \,.\, 10^n \wedge 1 \leq a < 10 \wedge n \in Z}$.

a) $5\,000 = 5 \,.\, 1\,000 = 5 \,.\, 10^3$

b) $0{,}02 = \frac{2}{100} = 2 \,.\, \frac{1}{100} = 2 \,.\, 10^{-2}$

c) $270\,000 = 2{,}7 \,.\, 100\,000 = 2{,}7 \,.\, 10^5$

d) $0{,}0000018 = \frac{18}{10\,000\,000} = 1{,}8 \,.\, \frac{1}{1\,000\,000} = 1{,}8 \,.\, 10^{-6}$

e) $453\,000\,000 = 4{,}53 \,.\, 100\,000\,000 = 4{,}53 \,.\, 10^8$

f) $0{,}00000000728 = \frac{728}{100\,000\,000\,000} = 7{,}28 \,.\, \frac{1}{1000\,000\,000} = 7{,}28 \,.\, 10^{-9}$

Potencias de 10

$10 = 10^1$

$100 = 10^2$

$1\,000 = 10^3$

$\frac{1}{10} = 10^{-1}$

$\frac{1}{100} = 10^{-2}$

$\frac{1}{1\,000} = 10^{-3}$

58 **Unir cada número con su notación científica.**

a) 8 000

b) 0,08

c) 800 000

d) 0,0008

e) 80 000 000

f) 0,0000008

g) 8 000 000 000

h) 0,0000000008

$8 \,.\, 10^{-7}$ $8 \,.\, 10^7$ $8 \,.\, 10^6$

$8 \,.\, 10^{-10}$ $8 \,.\, 10^5$

$8 \,.\, 10^{-4}$ $8 \,.\, 10^{-6}$ $8 \,.\, 10^{-2}$

$8 \,.\, 10^3$ $8 \,.\, 10^9$

59 **Marcar con una X la notación científica de cada uno de los siguientes números.**

a) 14 000 → $14 \,.\, 10^3$ ☐ $1{,}4 \,.\, 10^4$ ☐ $1{,}4 \,.\, 10^{-4}$ ☐ $0{,}14 \,.\, 10^6$ ☐

b) 0,000067 → $6{,}7 \,.\, 10^5$ ☐ $0{,}67 \,.\, 10^{-4}$ ☐ $67 \,.\, 10^{-6}$ ☐ $6{,}7 \,.\, 10^{-5}$ ☐

10) Escribir los siguientes números.

a) $7 \cdot 10^5 =$ c) $5{,}4 \cdot 10^7 =$ e) $4{,}12 \cdot 10^{10} =$

b) $9 \cdot 10^{-6} =$ d) $7{,}3 \cdot 10^{-5} =$ f) $3{,}78 \cdot 10^{-8} =$

11) Escribir los siguientes números utilizando la notación científica.

a) 90 000 = c) 24 000 000 = e) 84 100 000 000 =

b) 0,00003 = d) 0,00000065 = f) 0,00000000623 =

Operaciones en notación científica

Teoría

Para operar utilizando la notación científica, se utilizan dos propiedades de la potenciación.

- Producto de potencias de igual base: $10^n \cdot 10^m = 10^{n+m}$
- Cociente de potencias de igual base: $10^n : 10^m = \dfrac{10^n}{10^m} = 10^{n-m}$

El resultado de la operación debe ser expresado en notación científica.

a) $120\,000 \cdot 5\,000 = 1{,}2 \cdot 10^5 \cdot 5 \cdot 10^3 = 1{,}2 \cdot 5 \cdot 10^5 \cdot 10^3 = 6 \cdot 10^8$

b) $0{,}000000035 \cdot 42\,000 = 3{,}5 \cdot 10^{-8} \cdot 4{,}2 \cdot 10^4 = 3{,}5 \cdot 4{,}2 \cdot 10^{-8} \cdot 10^4 = 14{,}7 \cdot 10^{-4} = 1{,}47 \cdot 10^1 \cdot 10^{-4} = 1{,}47 \cdot 10^{-3}$

c) $2\,500\,000\,000 : 4\,000 = \dfrac{2{,}5 \cdot 10^9}{4 \cdot 10^3} = \dfrac{2{,}5}{4} \cdot \dfrac{10^9}{10^3} = 0{,}625 \cdot 10^6 = 6{,}25 \cdot 10^{-1} \cdot 10^6 = 6{,}25 \cdot 10^5$

d) $18\,000 : 0{,}000025 = \dfrac{1{,}8 \cdot 10^4}{2{,}5 \cdot 10^{-5}} = \dfrac{1{,}8}{2{,}5} \cdot \dfrac{10^4}{10^{-5}} = 0{,}72 \cdot 10^9 = 7{,}2 \cdot 10^{-1} \cdot 10^9 = 7{,}2 \cdot 10^8$

12) Resolver aplicando propiedades.

a) $10^2 \cdot 10^{-5} \cdot 10^7 =$ c) $10^6 \cdot 10^{-2} : 10^{-5} =$ e) $\dfrac{10^3 \cdot 10^{-7}}{10 \cdot 10^2} =$

b) $10 \cdot 10^9 : 10^3 =$ d) $\dfrac{10^{11}}{10^4 \cdot 10^2} =$ f) $\dfrac{10^{-6} \cdot 10^2}{10^{-3} \cdot 10^{-5}} =$

13) Resolver utilizando y expresando el resultado en notación científica.

a) 800 000 . 40 000 =

b) 0,000006 : 2 000 =

c) $\dfrac{150\,000 \cdot 0{,}0000004}{80\,000} =$

d) $\dfrac{0{,}00000024 \cdot 0{,}0002}{0{,}000016} =$

LENGUAJE COLOQUIAL Y LENGUAJE SIMBÓLICO

La gente en la vida cotidiana tiende a no pensar problemas reales en términos matemáticos. Usan el lenguaje común para describir estas situaciones. Pero las palabras se pueden traducir en el lenguaje de las matemáticas.

Lenguaje coloquial

Es el que usamos normalmente, que puede ser oral o escrito, y está formado por las distintas palabras del idioma.

Lenguaje simbólico

Se denomina así a las ideas matemáticas expresadas con un símbolo o grupo de símbolos.

En matemática constantemente pasamos del lenguaje simbólico al coloquial y viceversa, puesto que esto permite el planteamiento y la resolución de distintas situaciones problemáticas.

Algunos ejemplos sencillos de conversiones de un lenguaje a otro son:

Lenguaje coloquial	Lenguaje simbólico
Un número	x
El doble de un número	$2x$
El triple de un número	$3x$
El cuádruplo de un número	$4x$
La mitad de un número	$\frac{1}{2}x$
La tercera parte de un número	$\frac{1}{3}x$

La cuarta parte de un número	$\frac{1}{4}x$
Las dos terceras partes de un número	$\frac{2}{3}x$
Un número aumentado en … unidades	$x + \ldots$
Un número disminuido en … unidades	$x - \ldots$
El anterior de un número	$x - 1$
El siguiente de un número	$x + 1$
Números consecutivos	$x \quad x + 1$

Importante

- Para expresiones en lenguaje simbólico aquí utilizaremos la letra *x* (que es la más frecuente), aunque es indistinto usar cualquier otra letra.
- Si entre un número y una letra no se indica la operación, se entiende que hay un signo de multiplicar. Ejemplo: $4x = 4.x$.

Ejemplos

- Pasamos la expresión coloquial *“el doble de un número disminuido en uno”* a expresión simbólica: **$2x - 1$**.
- Pasamos la expresión simbólica **$4x + (4x + 1)$** a expresión coloquial: *“el cuádruplo de un número mas el consecutivo de este último”*.

Actividades:

1) Unir con una flecha cada oración con su expresión simbólica.

- La suma entre un número y su cuarta parte
- El siguiente de la cuarta parte de un número
- La cuarta parte del siguiente de un número
- La diferencia entre un número y su cuarta parte

- $\frac{1}{4}x$
- $4x$
- $x+\frac{1}{4}x$
- $x-\frac{1}{4}x$
- $\frac{1}{4}x+1$
- $\frac{1}{4}(x+1)$

2) Completar la tabla.

Lenguaje coloquial	Lenguaje simbólico
El triple del siguiente de un número	
	$2x+1$
El doble del anterior de un número	
	$x+(x+1)$
El cuadrado de un número	
	$3x+2$
la raíz cuadrada de un número disminuido en uno	
	$x+2x$

ECUACIONES

Teoría

Una ecuación de primer grado es aquella cuya forma reducida es $\mathbf{ax + b = 0}$.

a)

$$
\begin{aligned}
0,\widehat{2} \cdot \left(\frac{3}{4}x - 6\right) - 1,\widehat{2}x + \frac{5}{6} &= x + 1 \\
\frac{2}{9} \cdot \left(\frac{3}{4}x - 6\right) - \frac{11}{9}x + \frac{5}{6} &= x + 1 \\
\frac{1}{6}x - \frac{4}{3} - \frac{11}{9}x + \frac{5}{6} &= x + 1 \\
\frac{1}{6}x - \frac{11}{9}x - x &= 1 + \frac{4}{3} - \frac{5}{6} \\
\frac{3x - 22x - 18x}{18} &= \frac{6 + 8 - 5}{6} \\
-\frac{37}{18}x &= \frac{9}{6} \\
x &= \frac{3}{2} : \left(-\frac{37}{18}\right) \\
x &= -\frac{27}{37}
\end{aligned}
$$

b)

$$
\begin{aligned}
\frac{2x + 3}{5} - \frac{x - 2}{3} &= 0,8x - \frac{1}{5} \\
\frac{2}{5}x + \frac{3}{5} - \frac{1}{3}x + \frac{2}{3} &= \frac{4}{5}x - \frac{1}{5} \\
\frac{2}{5}x - \frac{1}{3}x - \frac{4}{5}x &= -\frac{1}{5} - \frac{3}{5} - \frac{2}{3} \\
\frac{6x - 5x - 12x}{15} &= \frac{-3 - 9 - 10}{15} \\
-\frac{11}{15}x &= -\frac{22}{15} \\
x &= -\frac{22}{15} : \left(-\frac{11}{15}\right) \\
x &= 2
\end{aligned}
$$

Actividades: Resuelvan las siguientes ecuaciones:

a) $3(x - 1) + 2 = -4x + 1$

b) $\frac{1}{3}x - 1 = 2.\left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{5}\right)$

c) $\frac{x-1}{2} + 1 = \frac{1}{5}x$

d) $\frac{3}{5}x - \left(\frac{1}{2}x - 2\right) = x + \frac{3}{10}$

e) $3(0,2x - 1) + 1,2 = 0,5 + x$

f) $0,\widehat{3}x - \frac{1}{2} = \frac{1}{5}\left(x + \frac{1}{3}\right)$

g) $\frac{3x-1}{3} + \frac{3}{4} = \frac{x+1}{3}$

h) $5\left(0,\widehat{2}x + \frac{1}{3}\right) + \frac{3}{2} = \frac{1}{6}x$

i) $0,2\widehat{3}(2,1x - 6) = 1,25x +$

j) $\frac{3}{4}x + \frac{4-x}{2} = 3,5x + \frac{1}{6}$

k) $\frac{2x-5}{3} = 2x + 5$

l) $\frac{4}{3}x + 0,8\widehat{3} = \frac{2x-4}{3} - x$

m) $-0,\widehat{3}(1,5x - 5) + 0,2x = \frac{2}{5}x - \frac{1}{5}$

n) $0,\widehat{2}(x + 1) - 3,\widehat{1} = 4\left(x + 0,\widehat{1}\right)$

ñ) $\frac{2x-1}{3} + \frac{3x-5}{2} = \frac{3}{4}x - 1$

o) $1,5x + 2,5 + \frac{3}{2}x = 0,25 + 0,75x$

p) $0,\widehat{5}\left(-\frac{3}{7}x + \frac{18}{35}\right) = 1 - 0,\widehat{6}x$

q) $\frac{5x-7}{2} - 1 = 0,1\widehat{6}x - 1 - \frac{2}{3}x$

RESOLUCIÓN DE SITUACIONES PROBLEMÁTICAS

Para resolver un problema es necesario traducir el enunciado al lenguaje simbólico, plantear la ecuación correspondiente, resolverla y hallar la solución.

Las ecuaciones con números racionales se resuelven aplicando los mismos procedimientos y propiedades que con los números enteros.

Ejemplo a) *La tercera parte de un poste se pinta de rojo, la cuarta parte de verde y quedan 5 metros son pintar.*

¿Cuál es la altura del poste?

Traducción al lenguaje simbólico: $\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x + 5 = x$

Resolución de la ecuación:

$$\frac{7}{12}x + 5 = x$$

$$5 = x - \frac{7}{12}x$$

$$5 = \frac{5}{12}x$$

$$5 : \frac{5}{12} = x$$

$$12 = x$$

(Respuesta: El poste mide 12 metros).

b. Una persona gasta la mitad de su sueldo en comida y las dos quintas partes del resto en ropa. Si aún le quedan \$ 180, ¿cuál es su sueldo?

Traducción al lenguaje simbólico:

$$\frac{1}{2}x + \frac{2}{5}\left(x - \frac{1}{2}x\right) + 180 = x$$

Resolución de la ecuación:

$$\frac{1}{2}x + \frac{2}{5}x - \frac{1}{5}x + 180 = x$$

$$\frac{7}{10}x + 180 = x$$

$$180 = x - \frac{7}{10}x$$

$$180 = \frac{3}{10}x$$

$$180 : \frac{3}{10} = x \Rightarrow 600 = x$$

El sueldo es de \$ 600.

Actividades:

Traducir a lenguaje simbólico y resolver.

a) La suma entre dos novenos y tres quintos.

b) La suma entre el cuádruplo de cinco sextos y tres.

c) La diferencia entre tres cuartos y un medio.

d) La diferencia entre la mitad de cinco y la tercera parte de ocho.

e) El producto entre un centésimo y la suma entre un noveno y uno.

f) El cociente entre siete décimos y la quinta parte de tres.

g) La mitad del cubo de cuatro tercios.

h) La cuarta parte de la suma entre el cuadrado de un quinto y tres quintos.

i) El cuadrado de la diferencia entre tres y un cuarto.

j) La raíz cúbica del producto entre un tercio y el opuesto de un noveno.

PARA SEGUIR PENSANDO EN CASA

Plantear la ecuación y resolver los siguientes problemas.

a) **La tercera parte de la suma entre un número y su consecutivo es igual a nueve ¿Cuál es el número?**

b) **La diferencia entre la edad que tenía María hace tres años y la cuarta parte de su edad actual es igual a treinta ¿Qué edad tiene María?**

c) **De un tanque lleno de nafta se utilizan 40 litros y luego tres quintos del resto. Si aún quedan 16 litros, ¿cuántos litros tiene el tanque?**

d) **Se pinta de rojo los tres séptimos de un poste y luego los cincos sextos del resto. Si aún quedan dos metros sin pintar, ¿cuál es la altura del poste?**

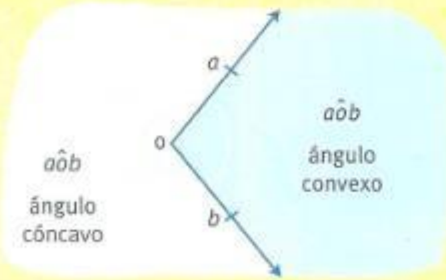
e) **En un curso hay treinta y seis alumnos. Se sabe que el número total de mujeres es cuatro quintos del número de varones. ¿Cuántas mujeres y cuántos varones hay?**

UNIDAD 2– GEOMETRÍA

ÁNGULOS:

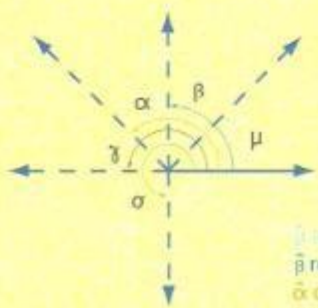
Teóricamente

Un ángulo es la región del plano determinada por dos semirrectas cuyo origen es el mismo punto.



Clasificación de ángulos

Clase	Amplitud	Clasificación
Cóncavo	$180° < \hat{\sigma} < 360°$	Cóncavo
Convexo	$\hat{\gamma} = 180°$	Llano
	$90° < \hat{\alpha} < 180°$	Obtuso
	$\hat{\beta} = 90°$	Recto
	$0° < \hat{\mu} < 90°$	Agudo
	$\hat{\pi} = 0°$	Nulo



$\hat{\mu}$ agudo
$\hat{\beta}$ recto
$\hat{\alpha}$ obtuso
$\hat{\gamma}$ llano
} convexos
$\hat{\sigma}$ cóncavo

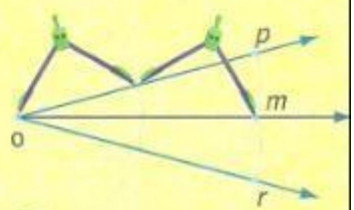
Bisectriz de un ángulo

La semirrecta que divide el ángulo en otros dos ángulos iguales se llama **bisectriz**.

Para trazar la bisectriz de un ángulo, deben tomar el compás, pinchar en el vértice del ángulo y trazar un arco que corte ambos lados.

Desde las intersecciones del arco trazado y los lados del ángulo, sin cambiar la abertura del compás, tracen otros dos arcos.

Con la regla, dibujen una semirrecta con origen en el vértice del ángulo y que pase por el punto común de los dos arcos trazados anteriormente.



$\overrightarrow{om}$ bisectriz de $p\hat{o}r$

Peaje matemático 28

- **Clasifiquen cada uno de los siguientes ángulos.**

1. $\hat{\alpha} = 38°$ ☐

2. $\hat{\beta} = 126°$ ☐

3. $\hat{\varepsilon} = 180°$ ☐

4. $\hat{\gamma} = 90°$ ☐

Actividad 1)

- **Tracen la bisectriz de los siguientes ángulos.**

1. **2.** **3.**

Actividad 2)

- **Marquen con una x V (verdadero) o F (falso), según corresponda en cada caso.**

La bisectriz de un ángulo:

1. obtuso determina dos ángulos cóncavos. V ☐ F ☐

2. llano determina dos ángulos rectos. V ☐ F ☐

3. agudo determina dos ángulos obtusos. V ☐ F ☐

4. obtuso determina dos ángulos agudos. V ☐ F ☐

5. agudo determina dos ángulos agudos. V ☐ F ☐

6. cóncavo determina dos ángulos convexos. V ☐ F ☐

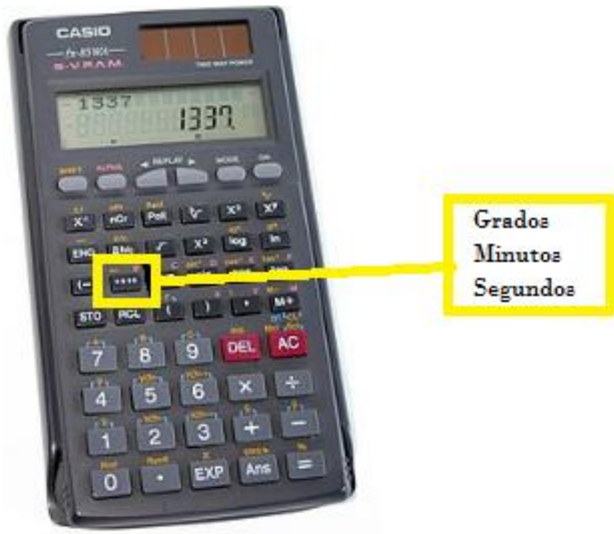
SISTEMA SEXAGESIMAL: MEDICIÓN DE ÁNGULOS.

El sistema sexagesimal es un sistema de numeración de **base 60**. Se lo utiliza para medir ángulos y, en ciertos casos, el tiempo.
Recuerden las equivalencias siguientes:

TIEMPO	
1 hora = 60 minutos	*1 h = 60 min*
1 min = 60 segundos	*1 min = 60 seg*

ÁNGULOS	
1 grado = 60 minutos	$1° = 60'$
1 minuto = 60 segundos	$1' = 60''$

Uso de la calculadora:



Actividades:

Calcular las siguientes operaciones:

a) 32° 45´18” + 12° 3´28” =

b) 180° – 13° 28”=

c) 132° 21´6” . 4=

d) 124° 32´45” : 5=

e) 42° 12´+ 23°15´40”=

f) 78° 23” - 45° 43´28”=

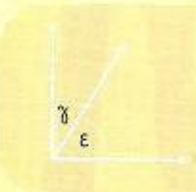
g) 4° 14´ 54” . 7 =

h) 32° 8´19” : 8 =

ÁNGULOS COMPLEMENTARIOS Y SUPLEMENTARIOS

Ángulos complementarios

Dos ángulos son complementarios si la suma de sus amplitudes es igual a 90°.

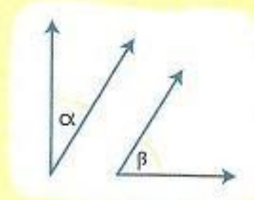


$\hat{\gamma} + \hat{\varepsilon} = 90°$

Si $\hat{\gamma} = 35° \Rightarrow \hat{\varepsilon} = 90° - 35° = 55°$

$\hat{\gamma}$ es el complemento de $\hat{\varepsilon}$

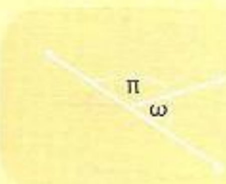
$\hat{\varepsilon}$ es el complemento de $\hat{\gamma}$



$\hat{\alpha}$ *y* $\hat{\beta}$ son complementarios porque $\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 90°$

Ángulos suplementarios

Dos ángulos son suplementarios si la suma de sus amplitudes es igual a 180°.

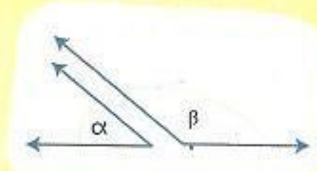


$\hat{\pi} + \hat{\omega} = 180°$

Si $\hat{\pi} = 112° \Rightarrow \hat{\omega} = 180° - 112° = 68°$

$\hat{\pi}$ es el suplemento de $\hat{\omega}$

$\hat{\omega}$ es el suplemento de $\hat{\pi}$



$\hat{\alpha}$ *y* $\hat{\beta}$ son suplementarios porque $\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 180°$

Peaje matemático 29

Dados los ángulos: $\hat{\alpha} = 37°$, $\hat{\beta} = 53°$ y $\hat{\gamma} = 127°$:

- **Completen las siguientes frases con el ángulo correspondiente.**

1. $\hat{\alpha}$ es el complemento de $\boxed{}$. **2.** $\hat{\beta}$ es el suplemento de $\boxed{}$. **3.** $\hat{\gamma}$ es el suplemento de $\boxed{}$.

Actividad 4)

- **Unan con una flecha cada par de ángulos con la propiedad correspondiente.**

1. $\hat{\alpha} = 30°$ y $\hat{\beta} = 60°$

2. $\hat{\alpha} = 45°$ y $\hat{\beta} = 3\hat{\alpha}$

3. $\hat{\alpha} = \hat{\beta} = 90°$

4. $\hat{\alpha} = 100°$ y $\hat{\beta} = \hat{\alpha} - 20°$

5. $\hat{\alpha} = \hat{\beta} = 45°$

a. $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ son complementarios.

b. $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ son suplementarios.

Actividad 5)

- **Completen cada una de las siguientes frases con la clasificación correspondiente.**

1. El complemento de un ángulo nulo es un ángulo ______.
2. El complemento de un ángulo agudo es un ángulo ______.
3. El complemento de un ángulo recto es un ángulo ______.
4. El suplemento de un ángulo nulo es un ángulo ______.
5. El suplemento de un ángulo agudo es un ángulo ______.
6. El suplemento de un ángulo recto es un ángulo ______.
7. El suplemento de un ángulo obtuso es un ángulo ______.
8. El suplemento de un ángulo llano es un ángulo ______.

Actividad 6)

- **Calculen.**

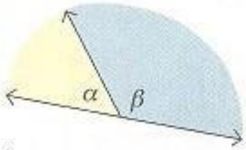
1. El complemento de un ángulo de 63° 27' 38''.

2. El suplemento de un ángulo de 143° 32' 40''.

Ángulos adyacentes y opuestos por el vértice

Teoría

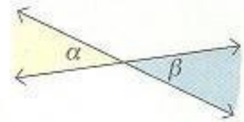
Dos ángulos son **adyacentes** cuando tienen un lado en común y los otros dos lados son semirrectas opuestas.



$\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ son adyacentes.

Los ángulos adyacentes son **suplementarios**.

Dos ángulos son **opuestos por el vértice** cuando sus lados son semirrectas opuestas.

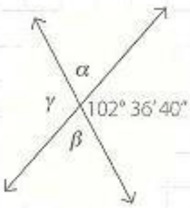


$\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ son opuestos por el vértice.

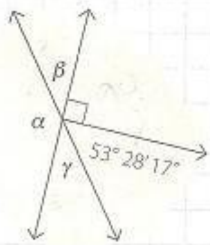
Los ángulos opuestos por el vértice son **iguales**.

10 **Calcular la amplitud de todos los ángulos de cada figura.**

a)

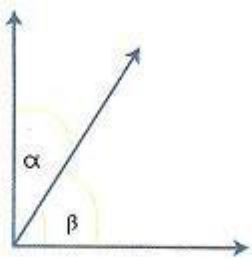


b)



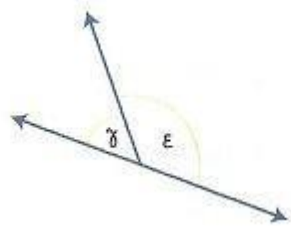
C) $\hat{\alpha} = 32° 27' 50''$

$\hat{\beta} =$



d) $\hat{\gamma} = 132° 15' 42''$

$\hat{\varepsilon} =$

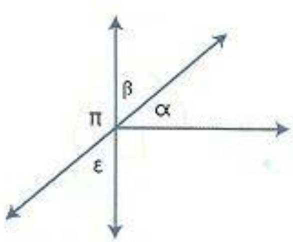


e) $\hat{\alpha} = 40° 18' 20''$

$\hat{\beta} =$

$\hat{\pi} =$

$\hat{\varepsilon} =$



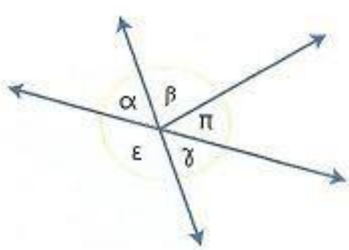
f) $\hat{\gamma} = 78° 36' 44''$

$\hat{\beta} = 62° 19' 54''$

$\hat{\pi} =$

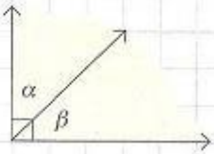
$\hat{\varepsilon} =$

$\hat{\alpha} =$

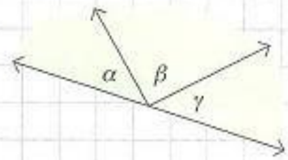


11) **Plantear la ecuación y hallar la amplitud de los ángulos marcados en cada figura.**

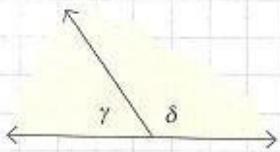
a) $\begin{cases} \hat{\alpha} = 5x + 2° \\ \hat{\beta} = 9x - 10° \end{cases}$



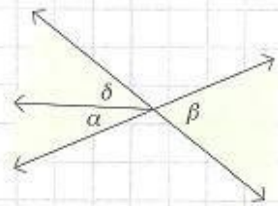
d) $\begin{cases} \hat{\alpha} = 3x - 7° \\ \hat{\beta} = 7x + 2° \\ \hat{\gamma} = 4x + 3° \end{cases}$



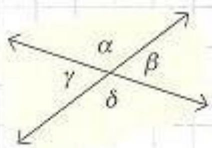
b) $\begin{cases} \hat{\gamma} = 4x + 6° \\ \hat{\delta} = 7x - 13° \end{cases}$



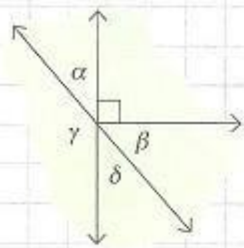
e) $\begin{cases} \hat{\alpha} = 2x + 9° \\ \hat{\beta} = 9x - 2° \\ \hat{\delta} = 4x + 7° \end{cases}$



c) $\begin{cases} \hat{\alpha} = 8x - 25° \\ \hat{\delta} = 3x + 70° \end{cases}$

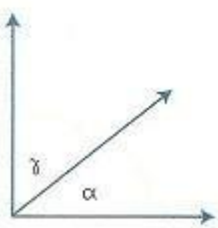


f) $\begin{cases} \hat{\alpha} = 7x - 10° \\ \hat{\beta} = 6x + 9° \end{cases}$



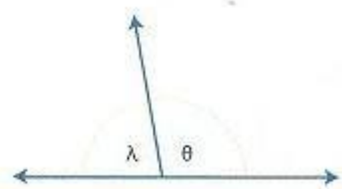
g)

$\begin{cases} \hat{\gamma} = 3x - 10° \\ \hat{\alpha} = x + 20° \end{cases}$

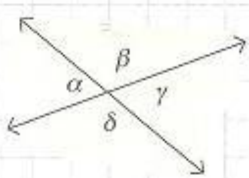


h)

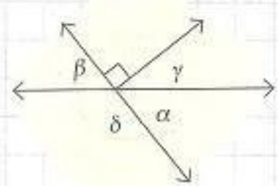
$\begin{cases} \hat{\lambda} = 9x - 20° \\ \hat{\theta} = 6x + 5° \end{cases}$



i) $\begin{cases} \hat{\beta} = 6x + 3° \\ \hat{\delta} = 8x - 37° \end{cases}$



j) $\begin{cases} \hat{\beta} = 3x + 13° \\ \hat{\alpha} = 7x - 19° \end{cases}$



Ángulos determinados por dos rectas cortadas por una transversal

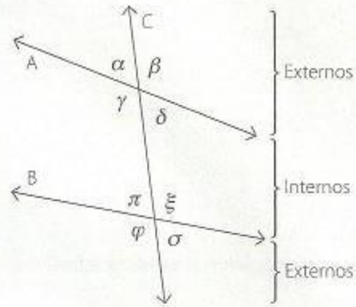
Teoría

Dos rectas **coplanares** cortadas por una transversal determinan ocho ángulos.

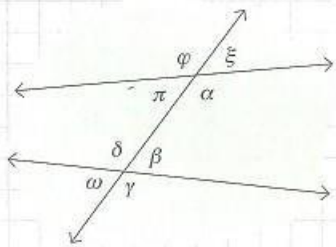
Alternos
- Internos: $\hat{\delta}$ y $\hat{\pi}$ - $\hat{\gamma}$ y $\hat{\xi}$
- Externos: $\hat{\alpha}$ y $\hat{\sigma}$ - $\hat{\beta}$ y $\hat{\varphi}$

Correspondientes: $\hat{\beta}$ y $\hat{\xi}$ - $\hat{\delta}$ y $\hat{\sigma}$ - $\hat{\alpha}$ y $\hat{\pi}$ - $\hat{\gamma}$ y $\hat{\varphi}$

Conjugados
- Internos: $\hat{\delta}$ y $\hat{\xi}$ - $\hat{\gamma}$ y $\hat{\pi}$
- Externos: $\hat{\beta}$ y $\hat{\sigma}$ - $\hat{\alpha}$ y $\hat{\varphi}$



19 **Observar la figura y unir cada par de ángulos con su denominación.**



a) $\hat{\varphi}$ y $\hat{\gamma}$

e) $\hat{\omega}$ y $\hat{\varphi}$

i) $\hat{\pi}$ y $\hat{\omega}$

b) $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$

f) $\hat{\beta}$ y $\hat{\xi}$

j) $\hat{\alpha}$ y $\hat{\delta}$

c) $\hat{\xi}$ y $\hat{\gamma}$

g) $\hat{\delta}$ y $\hat{\pi}$

k) $\hat{\xi}$ y $\hat{\omega}$

d) $\hat{\pi}$ y $\hat{\beta}$

h) $\hat{\alpha}$ y $\hat{\gamma}$

l) $\hat{\varphi}$ y $\hat{\delta}$

- Correspondientes
- Conjugados internos
- Conjugados externos
- Alternos internos
- Alternos externos

Ángulos entre paralelas

Teoría

Si las rectas A y B son paralelas, se verifica que:

Los ángulos **correspondientes** son **iguales.**

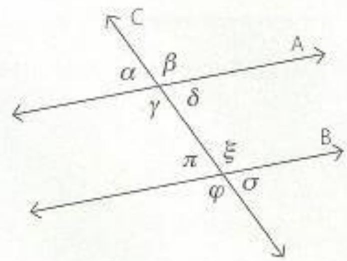
$\hat{\beta} = \hat{\xi}, \hat{\delta} = \hat{\sigma}, \hat{\alpha} = \hat{\pi}$ y $\hat{\gamma} = \hat{\varphi}$

- Los ángulos **alternos** son **iguales.**

$\hat{\beta} = \hat{\varphi}, \hat{\alpha} = \hat{\sigma}, \hat{\delta} = \hat{\pi}$ y $\hat{\gamma} = \hat{\xi}$

- Los ángulos **conjugados** son **suplementarios.**

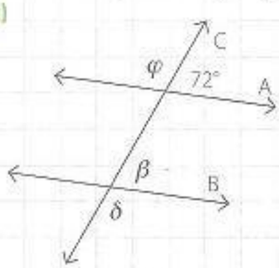
$\hat{\beta} + \hat{\sigma} = 180°, \hat{\alpha} + \hat{\varphi} = 180°, \hat{\delta} + \hat{\xi} = 180°$ y $\hat{\gamma} + \hat{\pi} = 180°$.



A ∥ B y C transversal

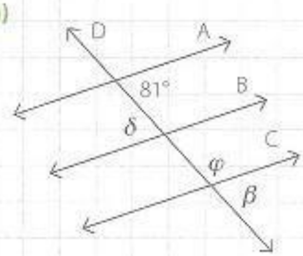
20 **Hallar la amplitud de $\hat{\beta}, \hat{\delta}$ y $\hat{\varphi}$ justificando la respuesta.**

a)



A∥B

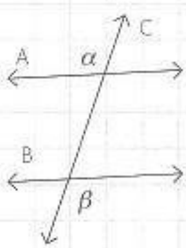
b)



A∥B∥C

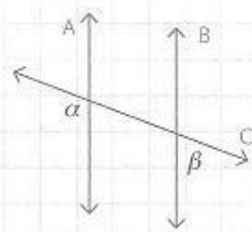
21 **Plantear la ecuación y hallar $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$.**

a) $\begin{cases} \hat{\alpha} = 4x + 21° \\ \hat{\beta} = 7x - 48° \end{cases}$



A∥B

b) $\begin{cases} \hat{\alpha} = 5x - 8° \\ \hat{\beta} = 4x - 1° \end{cases}$



A∥B

REVISIÓN

1) **Colocar V (verdadero) o F (falso) según corresponda en cada caso.**

a) Un ángulo llano es igual al doble de un recto. ☐

b) La suma de dos ángulos obtusos es un ángulo convexo. ☐

c) El complemento de un ángulo nulo es un ángulo recto. ☐

d) La mitad de un ángulo obtuso es un ángulo agudo. ☐

e) La diferencia entre un ángulo llano y uno agudo es un ángulo obtuso. ☐

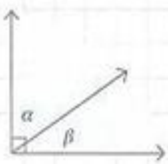
f) El doble de un ángulo agudo es mayor que un ángulo recto. ☐

g) El suplemento de un ángulo obtuso es un ángulo agudo. ☐

h) La mitad de un ángulo cóncavo es un ángulo obtuso. ☐

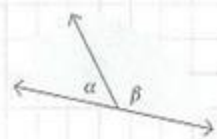
2) **Plantear la ecuación y hallar el valor de $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$.**

a) $\begin{cases} \hat{\alpha} = 7x + 4° \\ \hat{\beta} = 6x - 5° \end{cases}$

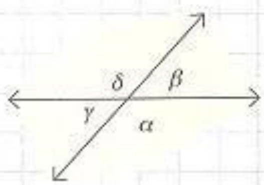


b) $\begin{cases} \hat{\alpha} = 2x + 6° \\ \hat{\beta} = 7x - 74° \end{cases}$

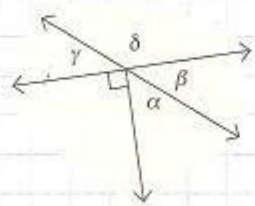
c) $\begin{cases} \hat{\alpha} = 3x - 12° \\ \hat{\beta} = 6x - 15° \end{cases}$



d) $\begin{cases} \hat{\alpha} = 10x + 2° \\ \hat{\gamma} = 4x - 4° \end{cases}$

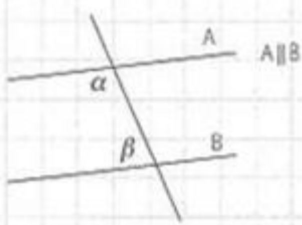


e) $\begin{cases} \hat{\gamma} = 4x - 1° \\ \hat{\delta} = 20x + 13° \end{cases}$

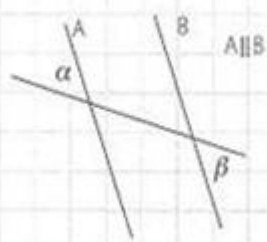


3) **Plantear la ecuación y hallar el valor de $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$.**

a) $\begin{cases} \hat{\alpha} = 4x + 8° \\ \hat{\beta} = 3x - 3° \end{cases}$



b) $\begin{cases} \hat{\alpha} = 2x + 5° \\ \hat{\beta} = 6x - 43° \end{cases}$



POLÍGONOS:

Teóricamente

Un polígono es la región del plano limitado por tres o más rectas que se cortan dos a dos.

poli (pluralidad (muchos)) **góno** (ángulo)

Elementos de un polígono:

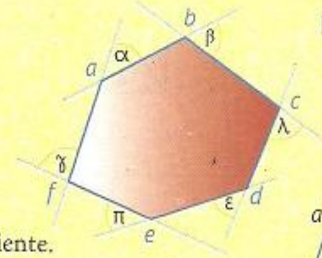
Vértices: a, b, c, d, e, f

Lados: $\overline{ab}, \overline{bc}, \overline{cd}, \overline{de}, \overline{ef}, \overline{fa}$

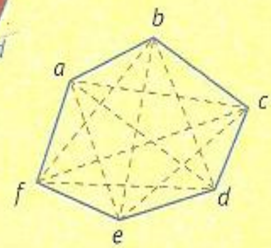
Ángulos interiores: $a\hat{b}c$, $b\hat{c}d$, $c\hat{d}e$, $d\hat{e}f$, $e\hat{f}a$, $f\hat{a}b$

Ángulos exteriores: $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$, $\hat{\lambda}$, $\hat{\varepsilon}$, $\hat{\pi}$, $\hat{\gamma}$

Cada ángulo interior tiene su exterior correspondiente.

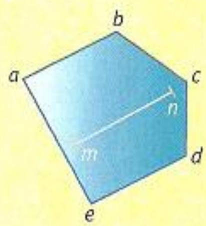


Las diagonales de un polígono son los segmentos cuyos extremos son dos vértices no consecutivos.

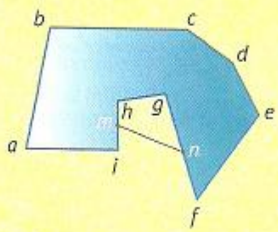


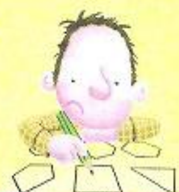
Los polígonos se clasifican en cóncavos y convexos.

Un polígono es **convexo** cuando cualquier par de puntos pertenecientes al polígono determinan siempre un segmento incluido en el mismo.



Un polígono es **cóncavo** cuando existe por lo menos un par de puntos pertenecientes al polígono que determinan un segmento no incluido en el mismo.

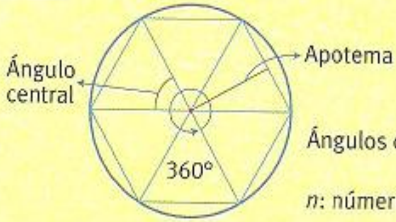




N.º de lados	Nombre
3	Triángulo
4	Cuadrilátero
5	Pentágono
6	Hexágono
7	Heptágono
8	Octógono
9	Eneágono
10	Decágono
11	Undecágono
12	Dodecágono
15	Pentadecágono
20	Icoságono

En este capítulo se estudiarán los polígonos convexos.

Un polígono es regular cuando tiene todos sus lados y ángulos interiores iguales. Los polígonos regulares se pueden inscribir en una circunferencia.



$$\text{Ángulos centrales} = \frac{360°}{n}$$

n: números de lados del polígono

Actividades:

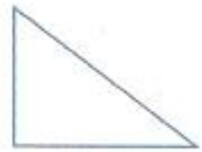
1) Calcular cuántos lados tiene un polígono regular, cuyo ángulo central mide 45°

2) **Clasifiquen los siguientes polígonos en cóncavos y convexos.**

1.


2.


3.


4.


3) • **Inscriban cada uno de los siguientes polígonos en una circunferencia.**

1. Triángulo equilátero.
2. Pentágono regular.
3. Hexágono regular.

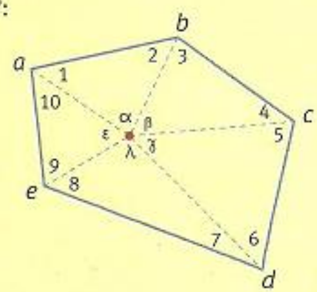
4) **Completen el siguiente cuadro referido a polígonos regulares.**

	Nombre del polígono	Número de lados	Ángulo central
1.	cuadrilátero		
2.			72°
3.		6	
4.			45°
5.		10	
6.	icoságono		

Propiedades de los polígonos

Teóricamente

El pentágono *abcde* está dividido en cinco triángulos. Sabiendo que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a 180°:



$$\hat{1} + \hat{\alpha} + \hat{2} + \hat{3} + \hat{\beta} + \hat{4} + \hat{5} + \hat{\gamma} + \hat{6} + \hat{7} + \hat{\lambda} + \hat{8} + \hat{9} + \hat{\varepsilon} + \hat{10} = 180°.5$$

$$\hat{1} + \hat{10} = \hat{a}$$
$$\hat{2} + \hat{3} = \hat{b}$$
$$\hat{4} + \hat{5} = \hat{c} \qquad \hat{\alpha} + \hat{\beta} + \hat{\gamma} + \hat{\lambda} + \hat{\varepsilon} = 360°$$
$$\hat{6} + \hat{7} = \hat{d}$$
$$\hat{8} + \hat{9} = \hat{e}$$

$$\hat{a} + \hat{b} + \hat{c} + \hat{d} + \hat{e} + 360° = 180°.5 \Rightarrow \hat{a} + \hat{b} + \hat{c} + \hat{d} + \hat{e} = 180°.5 - 180°.2$$
$$\hat{a} + \hat{b} + \hat{c} + \hat{d} + \hat{e} = 180°.(5 - 2) = 180°.3 = 540°$$

$\alpha' + \beta' + \varepsilon' + \omega' + \sigma' = 360°$

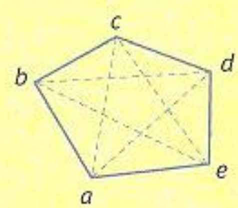
Propiedades de las diagonales

En todo polígono de n lados:
Por cada vértice se pueden trazar $\boldsymbol{n - 3}$ diagonales.

El número total de diagonales es igual a $\dfrac{\boldsymbol{n.(n-3)}}{\boldsymbol{2}}$.

Sea el pentágono *abcde*.
La suma de los ángulos interiores:
s.a.i. = 180°.(5 – 2) = 180°.3 = 540°
La suma de los ángulos exteriores s.a.e. = 360°
Por cada vértice se pueden trazar: 5 – 3 = 2 diagonales.

El número total de diagonales es: $\dfrac{5.(5-3)}{2}$ = 5 diagonales.

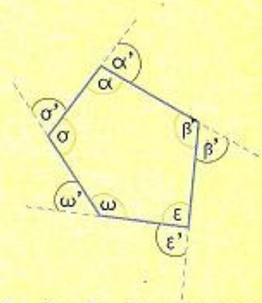


Propiedad de los ángulos interiores

En todo polígono de n lados, la suma de sus ángulos interiores es igual a **180°.(n – 2).**
Cada ángulo interior es suplementario con el exterior correspondiente.

Propiedad de los ángulos exteriores

En todo polígono la suma de los ángulos exteriores es igual a **360°.**
Cada ángulo exterior es suplementario con el interior correspondiente.



$$\hat{\alpha}' + \hat{\beta}' + \hat{\varepsilon}' + \hat{\omega}' + \hat{\sigma}' = 360°$$

EJERCICIO 39.1

- **Completen la siguiente tabla.**

	n	Suma de ángulos interiores	Número de diagonales por vértice	Número total de diagonales
1.	4			
2.	6			
3.		1.260°		
4.		1.620°		
5.			12	
6.			17	

EJERCICIO 39.2

- **Calculen el valor de cada uno de los ángulos interiores de los siguientes polígonos.**

1. En el pentágono *abcde*:
$\hat{a} = 2x$; $\hat{b} = 3x - 11°$; $\hat{c} = \hat{a} + 10°$; $\hat{d} = \hat{b} + 10°$;
$\hat{e} = 4x - 60°$.

3. En el cuadrilátero *mgtp*:
$\hat{g} = 2x + 7°$; $\hat{m} = 3x - 10°$; $\hat{p} = \hat{m} - 62°$;
$\hat{t} = \hat{g} - 22°$.

2. En el cuadrilátero *mnrt*:
$\hat{m} = 2\hat{t} + 10°$; $\hat{r} = \hat{t} + 30°$; $\hat{n} = \hat{m} + 10°$.

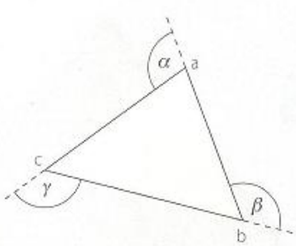
4. En el pentágono *obsqd*:
$\hat{s} = 2\hat{d}$; $\hat{b} = \hat{s} - 30°$; $\hat{o} = \hat{d} + 50°$; $\hat{q} = \hat{d} + 30°$

TRIÁNGULOS

Elementos de un triángulo. Propiedad triangular

Teoría

Los elementos de un triángulo son:



Vértices: a, b y c
Lados: $\overline{ab}$, $\overline{bc}$ y $\overline{ac}$
Ángulos interiores: $\hat{a}$, $\hat{b}$ y $\hat{c}$.
Ángulos exteriores: $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ y $\hat{\gamma}$.

Propiedad triangular:
La longitud de cada uno de los lados de un triángulo es **menor que la suma** de las longitudes de los otros dos, y **mayor que su diferencia** (positiva).
Al lado de **mayor longitud** se opone el ángulo de **mayor amplitud** y viceversa.

16 **Calcular la amplitud de cada uno de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo isósceles.**

17 **Completar la tabla y clasificar cada triángulo $a\hat{b}c$ según sus lados y ángulos.**

$\hat{a}$	$\hat{b}$	$\hat{c}$	Clasificación según sus lados	Clasificación según sus ángulos
73° 52' 37"	51° 16' 41"			
41° 21' 35"		32° 47' 36"		
	27° 52' 36"	62° 7' 24"		
82° 15' 28"	48° 52' 16"			
	25° 37' 24"	25° 37' 24"		

18 **Colocar SÍ o NO según se pueda o no construir un triángulo con los tres segmentos.**

a) A = 18 cm, B = 24 cm y C = 31 cm. ☐

c) G = 33 cm, H = 21 cm y T = 55 cm. ☐

b) D = 23 cm, E = 23 cm y F = 46 cm. ☐

d) J = 79 cm , K = 35 cm y N = 42 cm. ☐

Clasificación de triángulos

Teoría

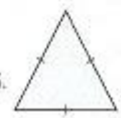
Los triángulos se clasifican según la longitud de sus lados o la amplitud de sus ángulos.

Según sus lados

- Escaleno: los tres lados son distintos.

- Isósceles: por lo menos dos lados son iguales.

→ Equilátero: los tres lados son iguales.



Según sus ángulos

- Rectángulo: un ángulo es recto.

- Oblicuángulo: no tiene ningún ángulo recto.
  - Acutángulo: tres ángulos agudos.

  - Obtusángulo: un ángulo obtuso.

3) **Clasificar según sus lados y ángulos cada uno de los siguientes triángulos.**

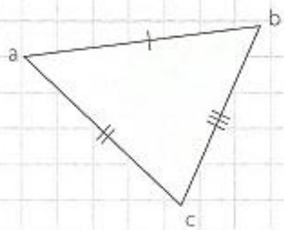
4) **Calcular y responder.**

a) Si el perímetro de un triángulo equilátero es de 114 cm, ¿cuál es la longitud de cada uno de sus lados?

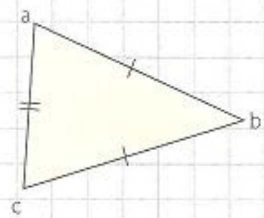
b) Si el perímetro de un triángulo isósceles es de 127 cm y el lado desigual mide 53 cm, ¿cuál es la longitud de cada uno de sus lados iguales?

5) **Plantear la ecuación y hallar la longitud de cada uno de los lados de los siguientes triángulos.**

a)
$\overline{ab} = 4x - 3$ cm
$\overline{ac} = 3x + 1$ cm
$\overline{bc} = 2x + 5$ cm
Perímetro: 66 cm



b)
$\overline{ab} = 3x - 5$ cm
$\overline{ac} = 2x + 2$ cm
Perímetro: 96 cm



Propiedades de los ángulos de un triángulo

Teoría

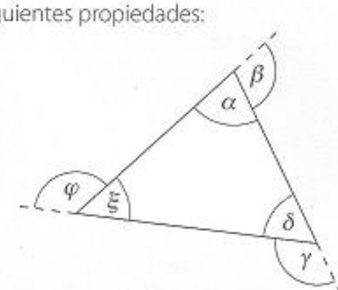
Los ángulos interiores y exteriores de un triángulo cumplen las siguientes propiedades:

I) $\hat{\alpha} + \hat{\delta} + \hat{\xi} = 180°$

III) $\hat{\beta} + \hat{\gamma} + \hat{\varphi} = 360°$

II) $\begin{cases} \hat{\alpha} + \hat{\beta} = 180° \\ \hat{\delta} + \hat{\gamma} = 180° \\ \hat{\xi} + \hat{\varphi} = 180° \end{cases}$

IV) $\begin{cases} \hat{\beta} = \hat{\delta} + \hat{\xi} \\ \hat{\gamma} = \hat{\xi} + \hat{\alpha} \\ \hat{\varphi} = \hat{\alpha} + \hat{\delta} \end{cases}$



6) **Calcular la amplitud del ángulo $\hat{b}$ en el triángulo $\widehat{abc}$, si $\hat{a} = 64° 38' 52''$ y $\hat{c} = 75° 44' 39''$.**

7) **Hallar la amplitud de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo, si el ángulo exterior a uno de ellos mide 117° 38′ 42″.**

8) Plantear la ecuación y hallar la amplitud de los ángulos interiores del triángulo $a\hat{b}c$, si $\hat{a} = 3x + 5°$, $\hat{b} = 2x + 45°$ y $\hat{c} = 9x - 10°$.

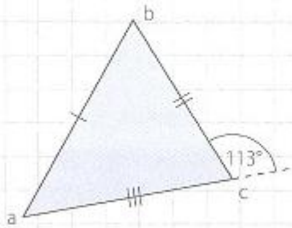
9) Hallar la amplitud de los ángulos interiores de los siguientes triángulos isósceles.

a) Los ángulos iguales tienen una amplitud de 63° 49' 52".

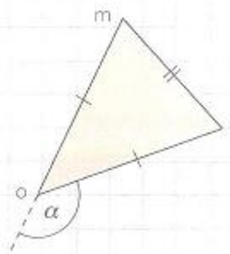
c) El ángulo exterior del ángulo opuesto a la base tiene una amplitud de 129° 14' 46".

10) Hallar la amplitud de los ángulos interiores de cada triángulo.

a) $\begin{cases} \hat{a} = 7x + 3° \\ \hat{b} = 8x + 5° \end{cases}$



b) $\begin{cases} \hat{\alpha} = 7x - 10° \\ \hat{m} = 2x + 22° \end{cases}$

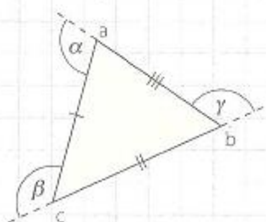


11) Calcular los ángulos interiores del triángulo $m\hat{p}r$.

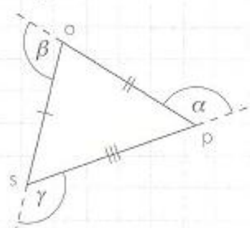
$\begin{cases} \hat{p} = 35° 22' 53" \\ \hat{r} = \hat{p} + 13° 46' 29" \end{cases}$

12) Hallar la amplitud de los ángulos interiores y exteriores de los siguientes triángulos.

a) $\begin{cases} \hat{a} = 13x \\ \hat{b} = 3x + 26° \\ \hat{c} = 4x + 28° \end{cases}$



b) $\begin{cases} \hat{\alpha} = 8x - 6° \\ \hat{\beta} = 6x - 1° \\ \hat{\gamma} = 7x - 11° \end{cases}$

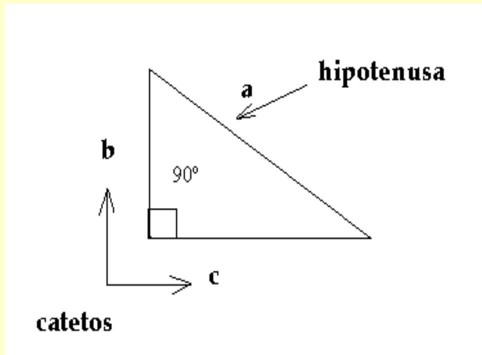


TEOREMA DE PITÁGORAS

TEOREMA DE PITÁGORAS: En un triángulo rectángulo el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos. Si a es la hipotenusa y, b y c son los catetos, se cumple:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

CONCEPTOS PREVIOS
Triángulo rectángulo : Tiene un ángulo de 90°.
Catetos : Son los lados que forman el ángulo de 90° (perpendiculares).
Hipotenusa : Lado opuesto al ángulo de 90°.



Ejemplo:

Usar el Teorema de Pitágoras para hallar el lado que falta.

$a^2 + b^2 = c^2$ Teorema de Pitágoras

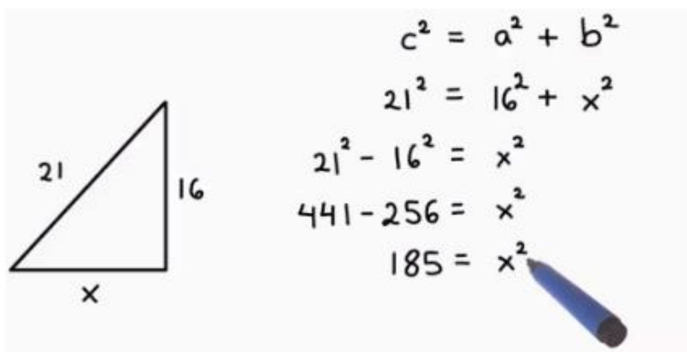
$6^2 + 8^2 = c^2$ Sustituye a y b

$36 + 64 = c^2$ Evalúa las potencias

$100 = c^2$ Suma

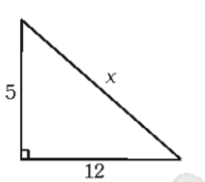
$\sqrt{100} = \sqrt{c^2}$ Extraer la raíz cuadrada en ambos ladc

$10 = c$ La hipotenusa mide 10 cm.

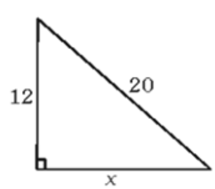


1) **Aplicar el Teorema de Pitágoras para hallar el valor de "x" en los siguientes triángulos rectángulos.**

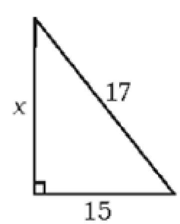
1. Calcular " x " en:



Calcular " x " en:



Calcular " x " en:



2) **Plantear y resolver**

a) Un faro de 16 metros de altura manda su luz a una distancia horizontal sobre el mar de 63 metros ¿Cuál es la longitud, en metros del haz de luz?
b) Desde un balcón de un castillo en la playa se ve un barco a 85 metros, cuando realmente se encuentra a 84 metros del castillo. ¿A qué altura se encuentra ese balcón?

CUADRILÁTEROS:

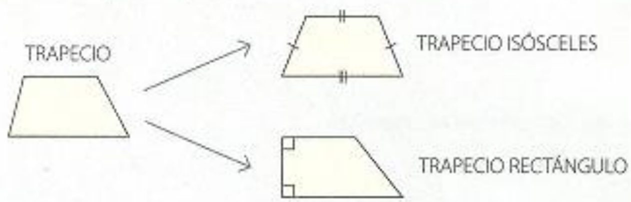
Clasificación de los cuadriláteros

Teoría

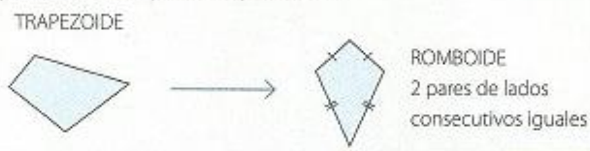
Los cuadriláteros se clasifican según la cantidad de lados opuestos paralelos.

- **Paralelogramos**: dos pares de lados opuestos paralelos.

- **Trapecios**: un par de lados opuestos paralelos.



- **Trapezoides**: ningún par de lados opuestos paralelos.



41 **Colocar V (Verdadero) o F (Falso) según corresponda en cada caso.**

a) Todos los cuadrados son rectángulos. ☐

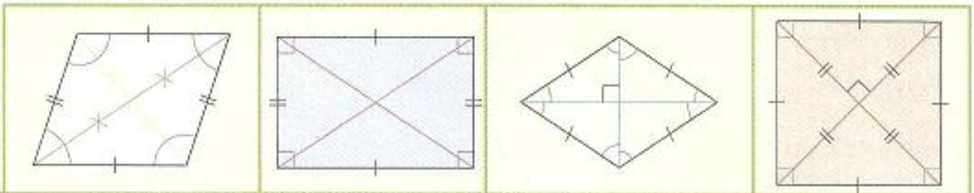
b) Algunos rectángulos no son paralelogramos. ☐

c) Todos los rombos son cuadrados. ☐

d) Algunos paralelogramos son rectángulos. ☐

Propiedades de los paralelogramos

Teoría



Lados	Opuestos iguales	Opuestos iguales	Todos iguales	Todos iguales
Ángulos	Opuestos iguales y los no opuestos suplementarios	Todos iguales	Opuestos iguales y los no opuestos suplementarios	Todos iguales
Diagonales	Se cortan en su punto medio	Son iguales	Son perpendiculares y bisectrices de los ángulos que intersecan	Iguales y perpendiculares

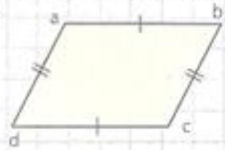
43 **Calcular la amplitud de los ángulos interiores y exteriores de un paralelogramo cuyos ángulos no opuestos difieren en 50°.**

44 **Calcular la longitud de cada lado de un paralelogramo cuyo perímetro es de 160 cm y sus lados no opuestos difieren en 8 cm.**

45 **Calcular los ángulos interiores de los siguientes cuadriláteros.**

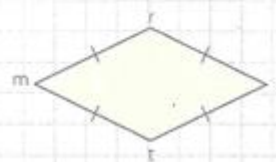
a) Paralelogramo abcd.

$$\begin{cases} \hat{a} = 8x - 2 \\ \hat{b} = 5x - 13° \end{cases}$$



b) Rombo mrst.

$$\begin{cases} \hat{r} = 5x + 78° \\ \hat{t} = 14x - 75° \end{cases}$$



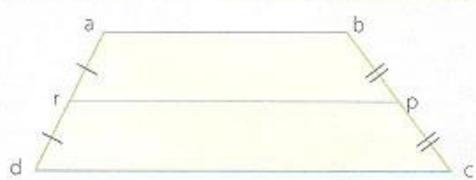
Propiedades de los trapecios

Teoría

Los lados paralelos de un trapecio se denominan **bases**.

La **base media** es el segmento que une los puntos medios de los lados no paralelos.

La base media es paralela a las bases e igual a su semisuma. Los ángulos que comparten los lados no paralelos son suplementarios.

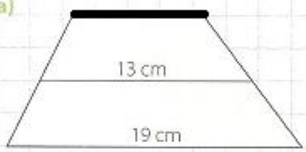


$$\overline{ab} // \overline{rp} // \overline{dc} \quad \wedge \quad \overline{rp} = \frac{\overline{ab} + \overline{dc}}{2}$$

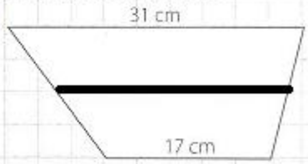
$$\hat{a} + \hat{d} = 180° \quad \wedge \quad \hat{b} + \hat{c} = 180°$$

48 Hallar la base roja en cada uno de los siguientes trapecios.

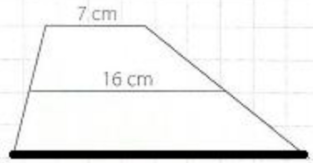
a)



b)

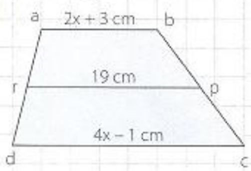


c)

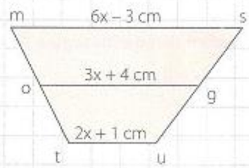


49 Hallar la longitud de las bases de los siguientes trapecios.

a)

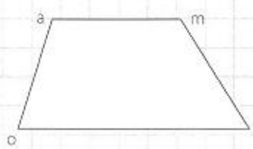


b)

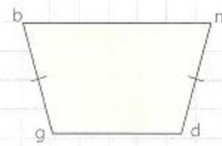


50 Calcular los ángulos interiores de los siguientes trapecios.

a) $\begin{cases} \hat{a} = 107° \, 26' \, 37'' \\ \hat{r} = 56° \, 42' \, 19'' \end{cases}$



b) $\begin{cases} \hat{b} = 7x - 50° \\ \hat{n} = 3x + 22° \end{cases}$



Propiedades del romboide

Teoría

Un **romboide** tiene dos pares de lados consecutivos iguales.
Los ángulos determinados por los lados no iguales son iguales.

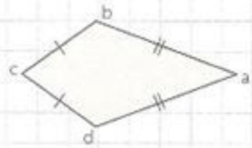
Las diagonales son perpendiculares. La diagonal principal es bisectriz de los ángulos que interseca y mediatriz de la diagonal secundaria.

51 **Calcular el perímetro de un romboide cuyos lados no iguales miden 19 cm y 26 cm.**

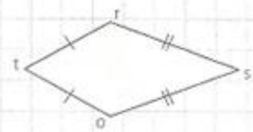
52 **Calcular la amplitud de los ángulos interiores de un romboide cuyos ángulos iguales tienen una amplitud de 127° cada uno y los otros dos difieren en 12°.**

53 **Calcular la longitud de cada lado de los siguientes romboides.**

a) $\begin{cases} \overline{ab} = 7x - 5 \text{ cm} \\ \overline{bc} = 5x - 2 \text{ cm} \\ \overline{ad} = 4x + 1 \text{ cm} \end{cases}$

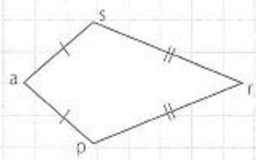


b) $\begin{cases} \overline{ot} = 2x + 3 \text{ cm} \\ \overline{rs} = 3x + 4 \text{ cm} \\ \text{Perímetro: } 84 \text{ cm} \end{cases}$

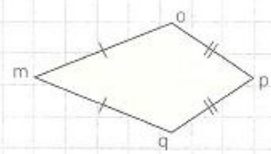


54 **Calcular la amplitud de los ángulos interiores de los siguientes romboides.**

a) $\begin{cases} \hat{p} = 11x - 28° \\ \hat{s} = 5x + 62° \\ \hat{r} = 2x - 1° \end{cases}$



b) $\begin{cases} \hat{o} = 10x - 4° \\ \hat{p} = 5x - 14° \\ \hat{m} = 2x + 4° \end{cases}$



56 **Colocar V (Verdadero) o F (Falso) según corresponda en cada caso.**

a) Un paralelogramo que tiene todos sus lados iguales es un cuadrado. ☐

b) Un rombo que tiene todos sus ángulos iguales es un rectángulo. ☐

c) Todos los cuadrados son rombos. ☐

d) Un trapecio con sus cuatro lados distintos es un trapezoide. ☐

e) Un paralelogramo puede tener todos sus lados distintos. ☐

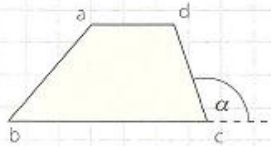
f) En un trapecio las bases deben ser distintas. ☐

g) Un romboide tiene las diagonales perpendiculares. ☐

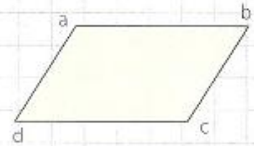
h) Un romboide tiene los lados opuestos paralelos. ☐

57 **Hallar la amplitud de los ángulos interiores de los siguientes cuadriláteros.**

a) $\begin{cases} \text{Trapecio abcd} \\ \hat{\alpha} = 117° \, 36' \, 49'' \\ \hat{a} = \hat{b} + 52° \, 17' \, 38'' \end{cases}$



b) $\begin{cases} \text{Paralelogramo abcd} \\ \hat{b} = \hat{a} - 52° \, 13' \, 48'' \end{cases}$

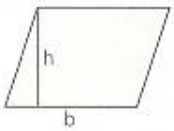


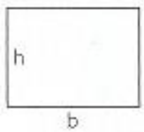
Perímetros y áreas

Teoría

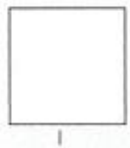
El **perímetro** de un polígono es la suma de sus lados. La **longitud** de una circunferencia es $2\pi . r$.

Áreas

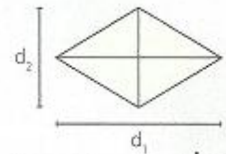




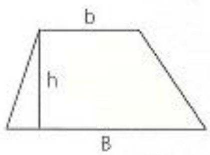
Área del paralelogramo: **b . h**



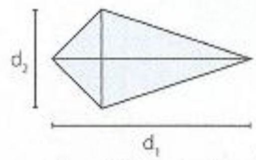
Área del cuadrado: l^2



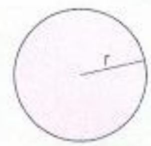
Área del rombo: $\dfrac{d_1 . d_2}{2}$



Área del trapecio: $\dfrac{(b + B) . h}{2}$



Área del romboide: $\dfrac{d_1 . d_2}{2}$

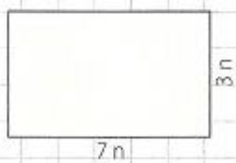


Área del círculo: $\pi . r^2$

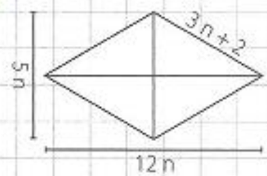
62 **Hallar la expresión reducida del perímetro y el área de cada figura.**

a)

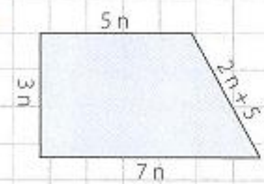
b)



c)



d)



63 **Calcular el área de las siguientes figuras.**

a) Un cuadrado de 104 cm de perímetro.

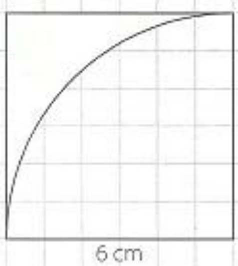
b) Un rectángulo cuya base es el doble que la altura y tiene 78 cm de perímetro.

c) Un cuadrado de 12 cm de diagonal (sin aplicar la propiedad pitagórica).

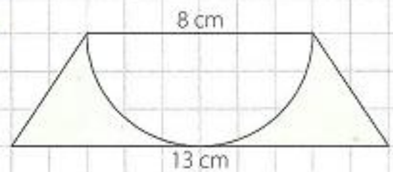
d) Un círculo cuya longitud de circunferencia es de 157 cm ($\pi \cong 3{,}14$).

64 **Hallar el área de la figura verde.**

a)

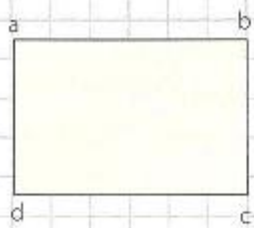


b)

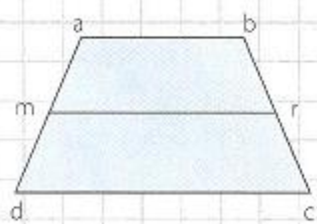


65 **Hallar el perímetro de cada figura.**

a) $\begin{cases} \overline{ab} = 3\overline{bc} \\ \text{Área: } 147 \text{ cm}^2 \end{cases}$



b) $\begin{cases} \overline{mr} = 12 \text{ cm} \\ \overline{ad} = \overline{bc} = 7 \text{ cm} \end{cases}$



66 **Hallar el área de cada figura.**

a)

$$\begin{cases} \overline{bc} = 5x - 3 \text{ cm} \\ \overline{ab} = x + 5 \text{ cm} \end{cases}$$

c)

$$\begin{cases} \overline{ao} = 11 \text{ cm} \\ \overline{sg} = 17 \text{ cm} \\ \overline{og} = 10 \text{ cm} \end{cases}$$